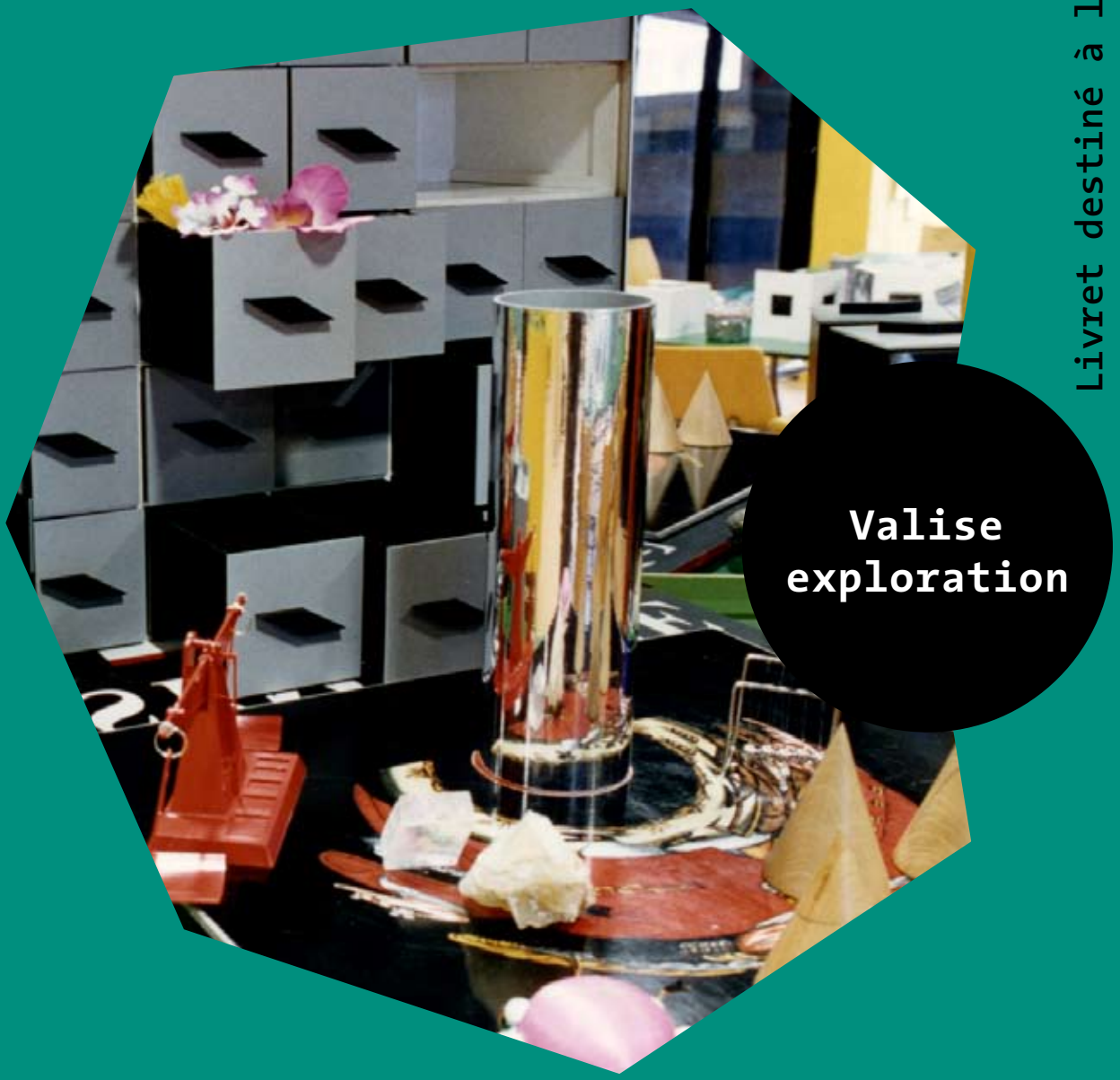
forum des Sciences
Centre François Mitterrand

Nord
le Département

Livret destiné à l'animateur



Valise exploration

# Symétrie

# Symétrie
# Livret guide

# Le cube

La forme extérieure de la “valise-exploration” est un cube. Ce solide régulier présente une symétrie élevée : quarante-huit fois une position quelconque peut se répéter par le jeu des éléments de symétrie.

Pour découvrir ceux-ci, plaçons tout d’abord devant nous la face rouge et verte ; nous voyons se matérialiser un plan médian vertical qui permet, en faisant abstraction des couleurs, d’évoquer l’idée concrète de **symétrie bilatérale**, celle du corps : à gauche et à droite se distribuent deux parallélépipèdes de mêmes dimensions ; le plan est un plan de symétrie.

Seules les deux couleurs rouge et verte, différencient en fait les deux moitiés du cube ; elles sont de même densité optique : une photographie en noir et blanc restituerait un cube uniforme : les deux parties apparaissant dans le même gris.

On peut chercher les deux autres plans qui coupent aussi le cube en deux parallélépipèdes égaux. Si l’on persévère, en imaginant des partages avec des plans passant par les diagonales de deux faces opposées et deux arêtes, on fait apparaître 6 nouveaux plans de symétrie du cube.

La valise-exploration cubique pivote autour d’un axe vertical, et met en évidence une symétrie d’un autre type que celle du corps, une **symétrie de rotation**. Le mouvement autour de l’axe dans un sens ou dans l’autre va modifier la position du cube ; pourtant, au terme d’un certain nombre d’opérations de rotations, le cube revient dans sa position initiale.

Si l’on fait l’expérience, en tenant compte des couleurs il faudra lui faire faire un ou plusieurs tours complets pour obtenir cette “position initiale” ; par contre, si on fait abstraction des couleurs, des positions identiques s’observent tous les quarts de tour (1/4, 1/2, 3/4, 1...).

L’axe vertical est un axe de rotation. Les positions identiques qu’il détermine sont au nombre de 4 par tour complet : elles font entre elles des angles de $2\pi/4$ : on dit qu’il est d’**ordre 4**. Facilement, on trouve deux nouveaux axes de rotation du même type... Ils passent par les centres de deux faces parallèles du cube.

On n’a ainsi épuisé les symétries du cube, pour cela on peut consulter un livre de géométrie, ou imaginer les opérations qui conservent l’identité en manipulant entre le pouce et l’index le petit cube contenu dans le tiroir 16[1], mais peut-être vaut-il mieux d’abord faire jouer ces deux éléments de symétrie - les miroirs, les axes - avec des formes plus simples !

1- Il y a notamment des axes d’ordre 3 passant par les sommets opposés du cube, des axes d’ordre 2 passant par les milieux des arêtes opposées au centre de symétrie.

# Ouverture

La porte avant rouge, une fois ouverte, découvre un miroir dans lequel on lit “SYMÉTRIE”, c’est l’identité de l’objet valise, le double du “SYMÉTRIE” dessiné inversé sur le plateau. La main droite placée devant le miroir devient main gauche par réflexion la symétrie bilatérale se trouve ainsi matérialisée avec rigueur... avec aussi des touches émotionnelles et une dimension symbolique.

Le miroir suscite l’illusion et la tromperie, les images qu’il montre n’ont pas d’existence matérielle, ainsi Narcisse (I), épris de sa propre image reflétée dans l’eau d’une fontaine, languit de désespoir et meurt de ne pouvoir l’atteindre et l’embrasser.

A l’inverse, le miroir découvre des vérités cachées : le Basilic(D) -animal mauvais brisant et dévastant tout par son venin- se tue devant un morceau de cristal qui lui renvoie sa propre image, la scène signifiant la jalousie et la médisance des hommes qui se retournent contre eux.

Plus techniquement, la petite architecture construite à partir des 4 miroirs de la valise -le miroir frontal, un miroir horizontal, deux miroirs mobiles verticaux- fait apparaître de nombreuses images ; leur nombre, leur ordonnancement varient avec la position des miroirs verticaux mobiles. Il est possible de multiplier ces images en jouant de diverses façons, d’étudier plus systématiquement la composition des réflexions et d’en découvrir les règles précises. Il est possible inversement de reconstruire un tout régulier à partir d’une de ses parties ; plaçons un miroir vertical à 90° du miroir frontal et regardons-nous dans ce miroir en amenant le plan médian de notre visage en coïncidence avec le miroir latéral : nous observons une image complète du visage qui permet de vérifier sa symétrie : généralement, nous ne reconnaissons guère notre face dans ce visage reconstitué par deux moitiés droites ou deux moitiés gauches.

Ces 2 miroirs verticaux, toujours placés à 90° du miroir frontal, disposons notre main à plat dans un angle : 3 images apparaissent ; la main apparaît donc 4 fois -2 mains droites qu’un demi tour amènerait en superposition et 2 mains gauches. Expérimentalement, on voit aussi que 2 réflexions successives à travers 2 miroirs placés à angle droit produisent une rotation d’un demi tour. Un axe, dit d’ordre 2, passe donc par la charnière des 2 miroirs. On peut s’en convaincre encore en plaçant une toute petite bille, contre l’un des miroirs de manière à pouvoir la confondre avec son image dans ce miroir et avec un point, le système de réflexion produit les 2 extrémités d’un segment centré au centre de l’intersection des miroirs (en forme de croix) : ses axes de symétries sont constitués par cette croix.

Cette bille placée de façon quelconque va faire naître les 4 sommets d’un rectangle imaginaire dont on peut maintenant décrire les 4 éléments de symétrie, peut-être parler du groupe des isométries du rectangle... Si l’on place la bille à égale distance des 2 plans, on fait apparaître un carré qui a plus de 4 symétries, mais la disposition de départ avait une configuration plus symétrique...

Pour mieux comprendre, on essaie d’autres angles. Le jeu va faire découvrir la règle. En diminuant graduellement l’angle des 2 miroirs, pour certaines positions bien choisies on peut faire apparaître 3, 4, 5 plans réfléchissants.

Dans le cas de 3, par exemple, l'angle des miroirs est 1/6 tour = (π /3), une main posée à plat engendre six mains, dont 3 mains gauches qu'un tiers de tour amènerait en superposition et 3 mains droites disposées elles aussi de cette façon ; 2 réflexions successives à travers 2 miroirs faisant entre eux un angle de 1/6 de tour produit une rotation d'un tiers de tour, on dit que l'axe est d'ordre 3, et le système de miroirs donne à voir une symétrie de rotation d'ordre 3.

L'expérience de la très petite bille placée contre un des miroirs, donne des images qui idéalisées, dessinent les sommets d'un triangle équilatéral dont les axes de symétrie sont les traces horizontales des miroirs. On peut énoncer les symétries du triangle équilatéral : elles sont au nombre de 6 : 3 rotations, 3 symétries bilatérales. Certains parleront du groupe des isométries du triangle équilatéral.

Nul doute qu'à 4 plans réfléchissants, faisant entre eux deux à deux un angle de 1/8 de tour (π/4) vont correspondre un axe d'ordre 4, et la figure carrée dont le groupe des symétries est constitué des 4 symétries bilatérales de départ et des 4 symétries de rotation d'ordre (l'identité, 1/4 tour, 1/2 tour, 3/4 tour).

5 plans réfléchissants obtenus avec 2 miroirs faisant entre eux un angle de 1/10 tour (π/5) vont donner un axe d'ordre 5, et être associés au pentagone régulier dont le groupe des symétries est formé des symétries bilatérales à travers les 5 plans et des 5 rotations d'ordre 5 (identité, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5 tour).

La symétrie par réflexion a permis dans des conditions bien précises de créer des symétries de rotation d'ordre donné. On dira qu'un motif ou une configuration présente une symétrie d'ordre n quand il est susceptible d'être construit à partir de la $n^{ème}$ partie de lui-même avec des rotations d'ordre n. Comme on l'a vu en manipulant les miroirs, cela veut dire aussi qu'il est inchangé quand on le transforme par une rotation d'ordre n.

Le dispositif permet de découvrir une autre forme de symétrie. Les deux miroirs verticaux maintenus parallèles se démultiplient en une infinité de miroirs tous parallèles, et la main placée entre eux fait naître une infinité de mains alignées sur une ligne imaginaire perpendiculaire aux miroirs.

En regardant bien, on constate que la suite des mains droites est répartie comme la suite des mains gauches. Ira-t-on jusqu'à systématiser et dire qu'on a réalisé les transformations composées de toutes les façons possibles par les 2 réflexions à travers les 2 miroirs parallèles, et qu'on a engendré une symétrie d'une autre nature : la translation, c'est elle qui en se composant indéfiniment avec elle-même fournit la suite des mains droites ou la suite des mains gauches.

Baissons maintenant le miroir du fond : nous découvrons un ensemble de tiroirs dont les faces avant sont des carrés égaux entre eux ; disposés comme dans un carrelage. L'ensemble peut-être reconstruit avec un seul d'entre eux et deux translations.

# TIROIR 1
# Jeux de miroirs

**- Les téléidoscopes**

• Trois miroirs accolés permettent de reconstituer un prisme dont les arêtes sont des axes d'ordre 3 ; il suffit de poser le dispositif sur un motif plan quelconque pour former un kaléidoscope et voir apparaître des configurations d'ordre 3. En plaçant l'oeil à une base du prisme et observant par l'autre base, on constitue un téléidoscope : au travers de celui-ci on peut aussi créer des motifs décoratifs d'ordre 3.

• Un tel téléidoscope est réalisé dans le cylindre que contient aussi le tiroir : amusez-vous à observer le visage d'un partenaire, des pieds en déplacement, un élément environnant ... sans oublier de faire tourner le tube avec la main.

**- L'anamorphose cylindrique**

Sur l'envers du miroir d'ouverture est dessinée une figure énigmatique : le miroir cylindrique convenablement disposé reflète ce dessin anamorphosé et fait apparaître dans ces justes proportions un personnage habillé à la mode du XVIIème siècle.

Il est parfois nécessaire de dessiner des objets en les déformant de manière à ce que, d'un point de vue déterminé, ils soient perçus correctement ; ainsi les personnages peints sous les coupoles des églises et destinés à être vus de parterre sont anamorphosés ; plus quotidiennement les signalisations routières sont peintes sur la chaussée de manière anamorphosée, afin de pouvoir être lues de manière correcte par les automobilistes ou les cyclistes (D)*.

**- La perspective linéaire**

Ces procédés graphiques découlent des travaux sur la perspective dont l'histoire remonte au quattrocento italien ; c'est l'histoire des efforts des peintres, graveurs, architectes pour représenter la réalité du monde avec sa profondeur comme on peut le voir au travers d'une 'fenêtre".

Prendre en compte les relations spatiales des objets entre eux a conduit les artistes à formaliser leurs méthodes de dessin, et énoncer les règles de la perspective linéaire. Ce moment est important pour la pensée scientifique, car c'est à la Renaissance et à travers les arts que s'élabore ainsi la notion d'espace, support d'une géométrie.

Ce point de vue qui est radicalement différent de celui d'Euclide, pour lequel il n'est question que de figures, amènera la géométrie à être au XVIIème siècle la grille de lecture privilégiée de la nature[2]. Cet espace infiniment étendu, géométrisé", dans lesquels les objets s'organisent suivant un certain ordre est en rupture avec le monde aristotélicien clos et hiérarchiquement structuré en un monde sub-lunaire de génération et corruption et un monde supra-lunaire de permanence et perfection (D).

La théologie induit cette nouvelle représentation de l'espace, l' "espace visuel" : il s'agit de bien étudier une nature oeuvre de Dieu, marque de sa perfection. Dieu se révèle en effet à l'homme par ses paroles - contenues dans l'Écriture - et par ses actes - le monde extérieur -, dont l'étude systématique permet la compréhension.

Il faut noter par ailleurs que les questions proprement géométriques soulevées par les Artistes s'appuyaient aussi sur les pratiques techniques des artilleurs, des marins, des cartographes, des astronomes...

*D = diapositive

2- Voir dans Piero Della Francesca

L'iconographie permet d'étayer ce propos succinct :

**Piero della Francesca : la flagellation du Christ**

L'espace est géométrisé, la perspective construite ; les rapports existants entre les plans permettent une véritable mise en scène du sujet. Le point de fuite est masqué - l'idée de l'infini n'est pas encore formulée. Une colonne, placée au premier plan, sépare le tableau en deux parties égales, en correspondance symbolique : à gauche la scène représente le Christ - injustement accusé, flagellé, mis à mort ; à droite dans le groupe qui converse se reconnaît un notable de la ville qui, lors de la réalisation du tableau vient d'être torturé et mis à mort pour prévarication - injustement semble dire l'artiste.

**Le polyptyque de l'Agneau Mystique**

voir case 3 (→ p30)

**Le portillon de Dürer**

La viole est vue à travers le cadre du tableau comme à travers une fenêtre ; le sommet de la pyramide visuelle est concrétisé par un anneau à travers lequel passe un fil tendu qui réalise le rayon lumineux. Le fil dessine sur le tableau la perspective de la viole.

**Dessins anamorphosés**

C'est au XVIIème siècle que les règles du dessin anamorphosé se mettent en place dans ce mélange de rigueur et d'empirisme, les constructions sont faites à l'aide d'une grille : anamorphose plane qui doit être vue d'un point de vue oblique, anamorphose sonique où l'image est restituée dans un miroir.

**Holbein : les ambassadeurs**

Un personnel officiel chargé de pouvoir politique et symétriquement un notable ecclésiastique sont entourés des instruments de la connaissance de l'époque : appareils d'astronomie et de chronométrie, livres, instruments de musique. Mais le regard est capté par une sorte d'os qui flotte au premier plan du tableau et qui dérange son ordonnancement. C'est l'anamorphose d'un crâne que l'on voit redressé d'un point de vue éloigné vers la droite : la mort est toujours présente quant bien même elle est cachée, d'un seul coup elle anéantit puissance et gloire et frappe de caducité l'étalement du savoir scientifique.

# TIROIR 2
# Architecture

**- Une petite cabane en bois**, habitation primitive ou construction d'enfants, dont le toit est dans une symétrie parfaite, interroge sur le besoin archaïque qu'a l'homme de se donner une enveloppe à l'image de lui-même, et marquée de symétrie bilatérale.

**- Une maquette de Parthénon**, sur son Acropole rappelle qu'au temps de la plénitude d'Athènes, les règles du beau dans l'architecture passaient par l'ordonnancement rigoureux des diverses parties dans le tout, la géométrie des figures, le respect des proportions (D) : les colonnes doriques sont calculées pour apparaître régulièrement à la vue, la façade du temple d'Athéna s'inscrit avec son fronton dans un rectangle d'or. Bas reliefs et sculptures introduisent dans l'édifice des éléments d'harmonie.

La Grèce a inspiré les architectes d'autres siècles qui en ont repris des éléments pour les intégrer au contexte culturel de leur temps (D). A notre époque, dans un certain nombre de grands immeubles, la reproduction sans invention d'un motif de base (fenêtre) est agrémenté de signes fétiches pris à la Grèce, c'est ainsi que l'on voit apparaître des ersatz de frontons ou de colonnes...

**- Le plan du fond** de la maquette est une photo du quartier de Manhattan réarrangée dans un souci d'esthétisme mais installée ici pour suggérer comment le souci de reproduction systématique qu'il soit animé par l'idéologie ou la recherche d'allégement des coûts, aboutit à une forme d'architecture : gratte-ciel, H.L.M.... (D).

En partant de moments extrêmes de notre histoire, et de types de construction destinés à des fins différentes (habitations individuelle ou collective, demeure symbolique) ces maquettes cherchent à présenter deux mouvements inversés et complémentaires de l'architecture :

• reproduire identiquement et enchaîner les parties dans le tout en les indifférenciant, pour rechercher un effet - au risque d'induire l'ennui ou la sévérité (D).
• Donner aux parties existence dans le tout en les distinguant par des signes, des irrégularités, créer l'harmonie (D).
L'iconographie permet de suivre ces deux mouvements à travers des exemples variés de l'antiquité à nos jours. Le plaisir esthétique en architecture ne prend-il pas sa source dans l'harmonie des lignes (rapports des pleins et des vides), dans l'équilibre des masses ?

Dans les réalisations aux styles les plus purs la symétrie est présente sans que la construction y soit nécessairement subordonnée. Les lois de la symétrie sont pondérées par les besoins des occupants, la fonction du bâtiment (D et I*).

Au fur et à mesure qu'un style se développe, les plans se compliquent ainsi que les élévations qui en découlent, les lignes courbes se multiplient, l'ornement attire l'attention sur le détail (ainsi le style composite Romain par rapport au Dorique grec (D) et le gothique flamboyant par rapport à l'Art Roman du XIIème siècle (D).

* I = iconographie

Après une période où harmonie et règles de proportions tendent à disparaître dans la profusion des détails, les constructeurs, pour rééquilibrer les éléments de leur construction, peuvent faire appel à la symétrie, ses règles imposent l'ordre.
La forme ne traduit plus alors la fonction, elle est le résultat d'un principe ; ce que l'architecture gagne en clarté, elle le perd en charme et en attrait.

Signalons plus particulièrement quelques éléments de l'iconographie :

**- Château de Blois et Château de Cheverny**

• L'aile Louis XII du Château de Blois présente une composition d'ensemble au rythme harmonieux. Avant corps, arcades, fenêtres, moulures, la fantaisie est introduite dans les délais mais l'équilibre des masses est maintenu.
• Le Château de Cheverny, à la fin de la Renaissance présente une composition d'ensemble à la symétrie parfaite, il en ressort un effet imposant et une certaine austérité.

**- Arc et Senans : C1. N. Ledoux**

La salure royale d'Arc et Senans fut commencée en 1774 ; ce projet monumental prévoyait toute une cité industrielle autour de la fabrique elle-même ; le plan général de la cité est circulaire et rayonnant inspiré par le système solaire, chaque édifice a une forme géométrique rigoureuse qui symbolise sa destination spécifique et la vielle est pensée en fonction des impératifs hiérarchiques et sociaux reflétant l'organisation du travail à cette époque préindustrielle.
• La colonnade (I) réellement construite fait apparaître un réseau bi-mensionnel à mailles carrées.
• Le projet de maison du Directeur (D) est une interprétation des ordres gréco-romains.
• Le plan du cimetière reproduit le plan radiocentrique de la ville idéale. C'est un vaste columbarium où un réseau de cryptoportiques circulaires est réuni par des voies rayonnantes à une sphère creuse centrale qui figure symboliquement la terre. Si bien que la ville et son cimetière apparaissent comme une mise en géométrie des rapports de l'homme au Monde, à ses semblables, à Dieu.

# TIROIRS 3 ET 4
# Découvertes de symétrie dans les objets quotidiens

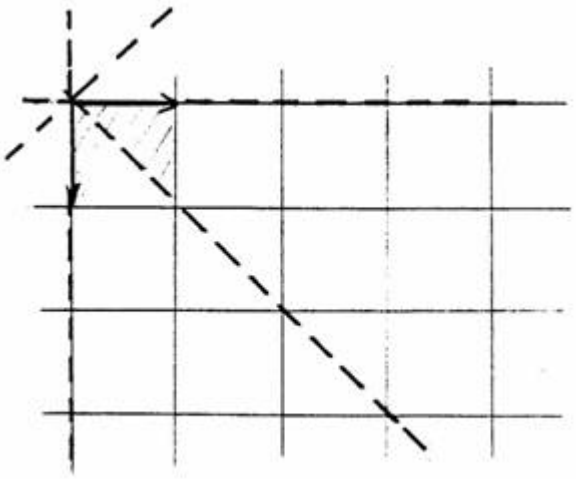
*(Voir également le paragraphe "ouverture" ainsi que le tiroir 13 "axes de rotation" et la case "papiers cadeaux").*

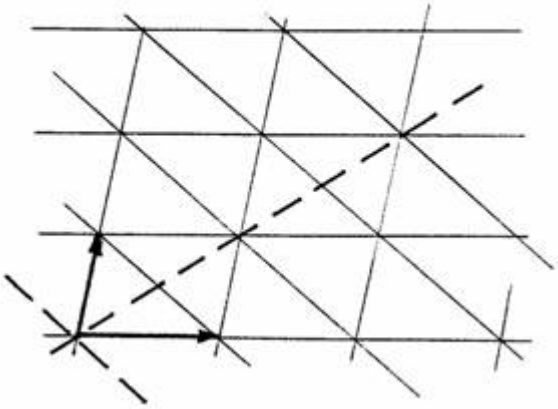
## Analyser une situation

• Ces tiroirs contiennent des objets familiers dont les formes présentent des symétries (bilatérale, de rotation ou de translation) qu'il s'agit de reconnaître et de nommer par pliage (napperons, gants, semelles) ou mentalement (boutons, cartes à jouer) en distinguant figures en miroir et figures superposables.

• La démarche peut être inversée, il s'agit alors de décrire comment un motif est construit à l'aide d'un module de base que l'on soumet à des transformations successives. Le découpage fait matérialiser cette approche : on sait fabriquer une ribambelle en découpant un seul personnage pour en déployer une succession (symétrie de translation), on sait constituer un napperon en n'en découpant qu'une part (symétrie de rotation).

Suivant les niveaux de lecture, on peut alors
- composer des transformations ;
- nommer l'ensemble (groupe) des transformations conservant un motif (il en constitue une sorte de canevas) ;
- dégager la notion de structure.



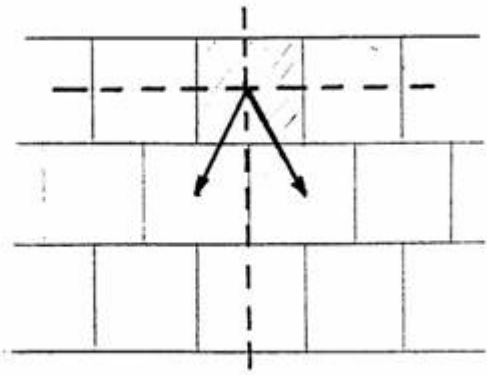


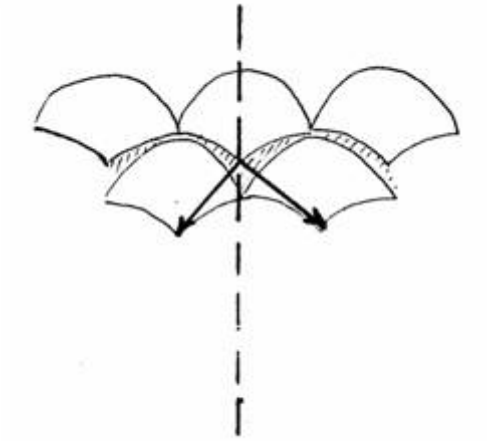
## Réduire et classifier

Si l'on oublie ce que sont réellement ces objets pour ne conserver que la structure que l'on a su y découvrir à travers la réduction imposée (la lecture des symétries) ; on est amené à identifier des objets divers mais qui sont structurés de la même façon.

*Par exemple :*

• des galons, colliers, ribambelles, la sculpture "la colonne sans fin" (I) sont décrits par une même





translation (répétée dans une seule direction).

• d'autres galons sont construits par composition d'une symétrie suivant un axe et d'une translation suivant cet axe d'un même motif.

• certains napperons et boutons, la pelote d'épingle, les dessins du carnet de Villard de Honnecourt (I), les assiettes au motif de lièvres (I) sont décrits par une même rotation itérée.

• on peut chercher des objets dont le groupe de transformation est celui de la symétrie bilatérale ou celui du rectangle, ou celui du carré, etc... translation, rotation, symétrie axiale, symétrie translation, suivant un même axe sont les seules transformations du plan qui, en les composant, vont conserver les mesures des figures.

• Le ressort et l'escalier à vis, se conservent dans une nouvelle transformation qui est un vissage (composée d'une rotation autour d'un axe et d'une translation le long de cet axe), elle ne relève plus de la géométrie du plan mais de celle de l'espace.

## Prolongements proposés

• classer les objets suivant que leur groupe est fini ou non.

• introduire la notion de sous-groupe d'un groupe conservant un motif comme l'ensemble des transformations conservant un motif plus riche (utiliser certains boutons ; la façade des tiroirs de la valise - en tenant compte ou non des boutons losanges ; ou compliquer les régularités avec des couleurs).

• chercher les générateurs des groupes rencontrés...

Cette éducation visuelle peut paraître gratuite quand elle ne porte que sur des objets fabriqués et quotidiens ; pensons aussi aux vêtements, papiers peints, tissus, aux voitures, aux meubles, aux jardins..., elle offre cependant un regard neuf et on perçoit quelle économie de pensée la symétrie va permettre dans les sciences où cette idée de structure d'une forme s'étend à d'autres objets que des objets spatiaux et visibles. D'une part, on va pouvoir identifier des objets ayant la même structure et faire un seul raisonnement pour des objets différents ; d'autre par l'étude d'un objet présentant des symétries, donc recomposable à l'aide d'une de ses parties, va dans certains cas pouvoir se réduire à l'étude de cette partie. Cette économie de pensée produite par la formalisation d'un problème fournit évidemment des résultats qui ne sont valables que dans le cadre de la réduction opérée où les seuls paramètres considérés sont ceux qui sont pris en compte dans la mathématisation.

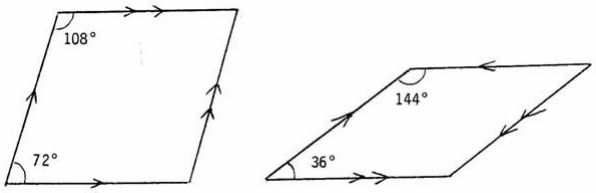
# TIROIR 5
# Carrelages

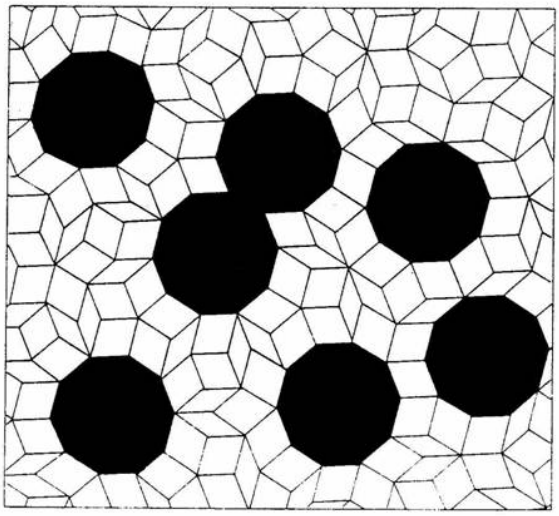
Les murs de briques, les mosaïques ou les carrelages des sols incitent à chercher comment l'on peut paver le plan. Des carrés, des disques, des hexagones, des triangles sont proposés pour essayer de recouvrir le plan sans lacune, ni changement. On constate que - sauf dans le cas du disque où cela est impossible - le motif polygonal initial se retrouve répété dans deux directions (en composant deux translations de base et leur réciproque). Les deux translations de base permettent de sous-tendre le pavage par une sorte de quadrillage du plan qui est un réseau à deux dimensions associé au pavage ; ce réseau se construit lui-même par la répétition indéfinie, à l'aide des 2 translations de base d'un parallélogramme appelé maille élémentaire.

*- Remarque :*
Les seuls pavages réguliers, c'est à dire construits avec des polygones réguliers - en contact - la configuration autour de chaque sommet étant la même - sont obtenus avec des carrés, des triangles équilatéraux ou des hexagones.

Le dessin d'un pavage a en général d'autres éléments de symétrie que ceux produits par les deux translations de base, on peut le constater sur les carrelages réalisés. Mais s'il y a une variété infinie de dessins réalisant des pavages du plan, il n'y a par contre que 17 groupes d'isométrie associés à des pavages du plan ; ces groupes sont présents dans les diverses décorations de l'Alhambra de Grenade (XIIème siècle).

Juxtaposer pour cela les losanges ci-dessous de façon à faire correspondre les flèches, on fait apparaître des décagones (polygone régulier à 10 côtés) se correspondant par translation.



Plus subtilement, en coloriant de la même façon les losanges ayant deux côtés parallèles, 5 directions approximatives également inclinées les unes par rapport aux autres donnent une sorte de symétrie d'ordre 5.

Ces pavages, 10 ans après leur création, ont été utilisés pour la modélisation des quasi-cristaux.

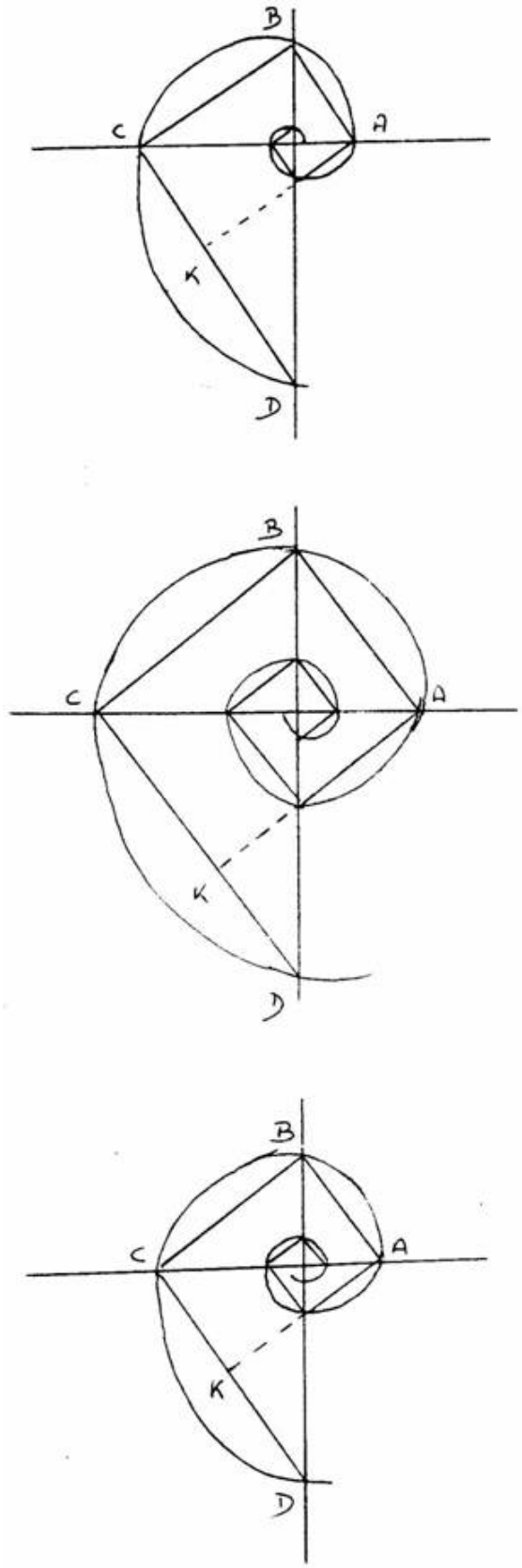
# TIROIR 6
# La spirale d'or

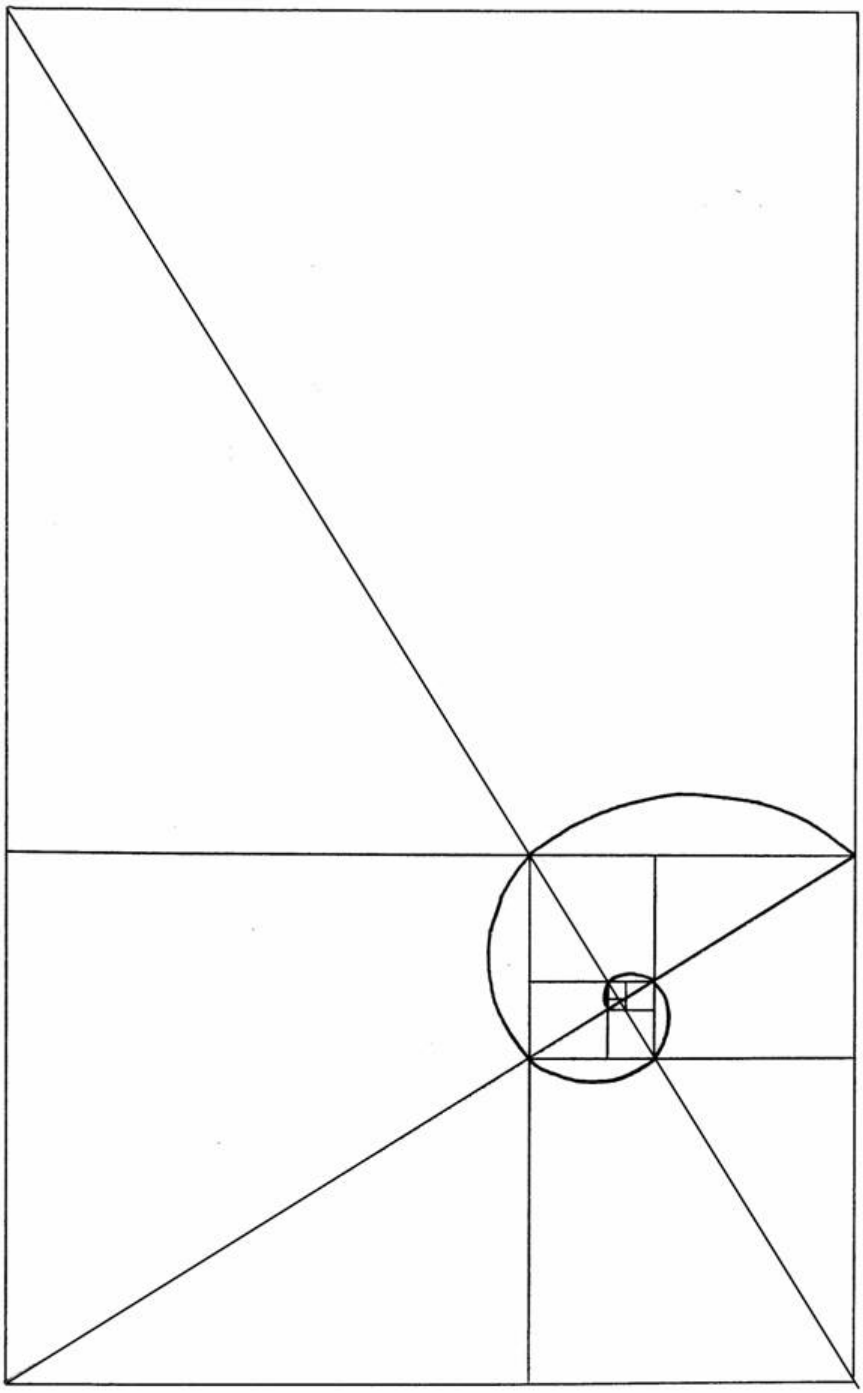
*(cf. tiroirs 2 Architectures, 16 polyèdres platoniciens, 17 divine proportion)*

La coupe d'une coque de nautile fait apparaître une séquence régulière de loge qui correspond aux différents stades de développement du nautile, cette accession sous tend une spirale. On passe d'une loge à la suivante par une rotation autour de l'origine de la spirale et une dilatation à partir de cette origine (homothétie). Dans ce qui relie une loge à la précédente il y a deux constantes, l'angle de rotation et le rapport des mesures - on dit qu'elles sont semblables. Un puzzle fait de triangles rectangles en bois semblables permet de construire une approximation de la coque du nautile en jouxtant l'hypoténuse de l'un des triangles à un des côtés de l'angle droit du suivant.

**La spirale logarithmique :** plus précisément, on peut imaginer cette spirale comme la trajectoire d'un mobile qui tournerait uniformément autour de l'origine en s'en éloignant avec une vitesse proportionnelle à sa distance à l'origine, on pourrait dire aussi que lorsque l'angle polaire croit suivant une suite arithmétique, le rayon polaire croit suivant une suite géométrique.

Cette règle de croissance implique que si une telle spirale, d'origine o contient A et B tels que AoB = 1 Droit alors elle contient C tel que ABC = 1 Droit et de proche en proche D E F G.





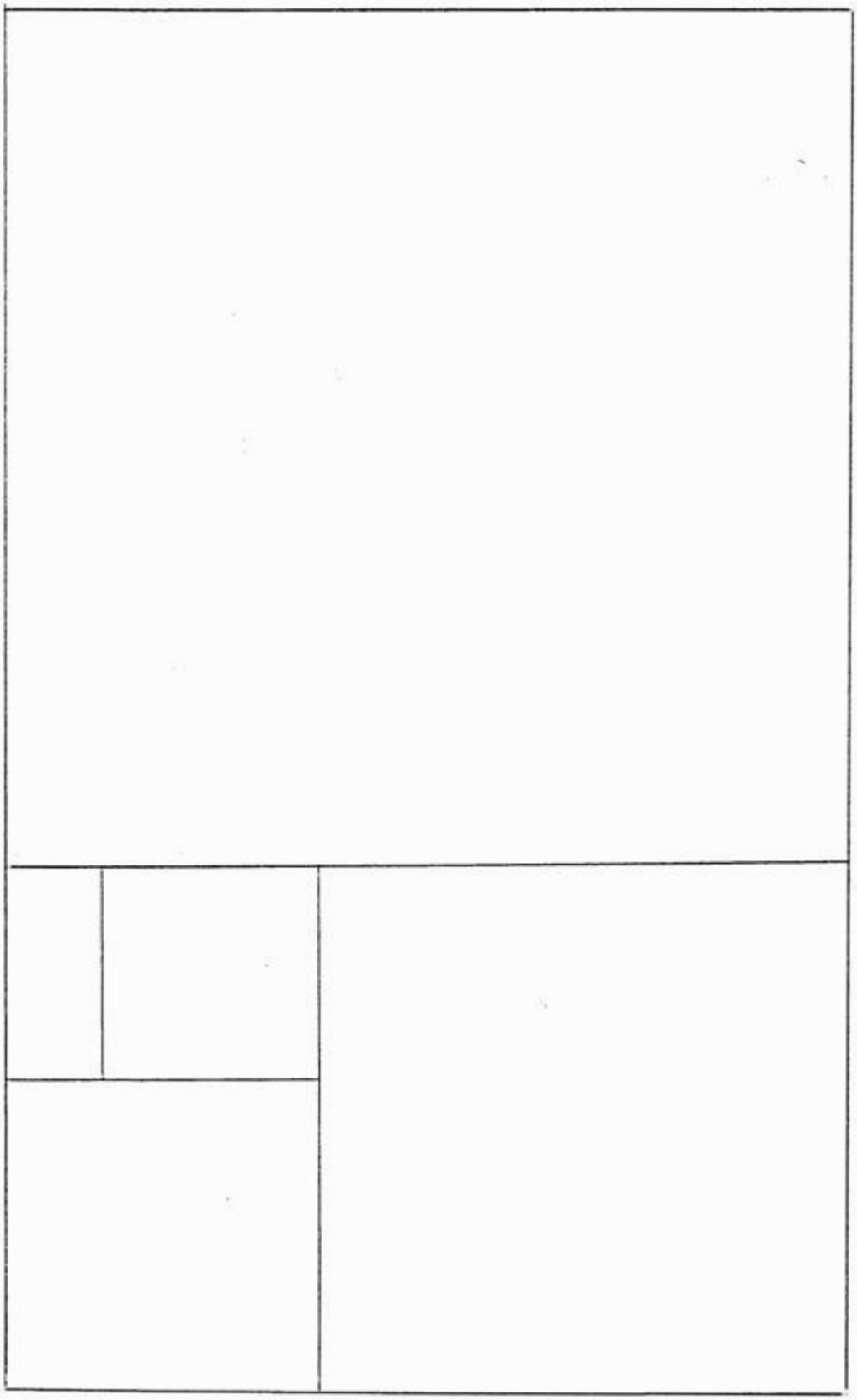
Une spirale ainsi faite est une spirale logarithmique, elle s'évase fortement et coupe tous ses rayons vecteurs sous le même angle ; elle traduit des phénomènes de croissance continue homothétique ; c'est pour cela qu'on le retrouve beaucoup dans la nature (zoologie, botanique) : disposition des fleurons du tournesol géant, des écailles d'une pomme de pin, des lamelles le long d'une tige, coquillages de forme conique, etc...

**La spirale d'or**

Dans le cas du nautile comme souvent aussi dans la nature, l'angle constant signalé précédemment est liée au nombre d'or : la spirale est une courbe de croissance harmonieuse où les triangles rectangles sont des 1/2 rectangles d'or dans lequel le rapport des côtés de l'angle est égal au nombre d'or.

On peut reconstruire des points de cet enroulement à partir d'un rectangle d'or en sachant que si l'on enlève à un rectangle d'or le carré construit sur le plus petit côté, on obtient encore un rectangle d'or.

Le tableau de Salvador DALI "La tasse volante" est construit en utilisant à rebours cette décomposition. Découvrez l'origine de la spirale liée au dessin. Dans beaucoup d'oeuvres de la Renaissance, cette décomposition de rectangles d'or apparaît souvent pour mettre en évidence au point limite de la spirale un individu ou un élément dont la signification doit être différenciée du reste.



**S. DALI : Demi tasse volante – Un rectangle d'or moins un carré donne un rectangle d'or**

# TIROIR 7
# Paver l'espace

Comment assembler des polyèdres convexes à faces régulières pour obtenir un empilement ne laissant aucun espace vide ? Les légos du tiroir 5 fournissent les solutions évidentes : cubes et parallélépipèdes rectangles. On peut ici essayer avec des volumes moins simples : des dodécaèdres rhombiques (rhombododécaèdres à douze faces losangiques) permettent de paver l'espace, par contre un tel pavage est impossible avec des dodécaèdres pentagonaux (pentagonododécaèdre) : quand on les dispose autour d'un sommet commun, il reste toujours un espace vide, comme il reste un vide lorsqu'on essaye de paver le plan avec des pentagones réguliers.

Ces problèmes de pavage de l'espace furent étudiés par les cristallographes. Le soviétique Fedorov (1885) a pu dénombrer 230 groupes de pavage de l'espace qui trouvent leur application dans l'étude des structures des cristaux (1925) et dans les problèmes d'empilements de sphères.

# TIROIRS 8, 9, 10 Découverte de la symétrie dans la nature

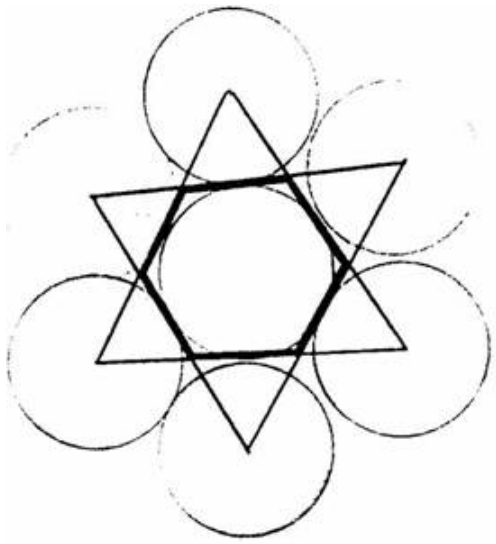
Les propos tenus lors de la découverte des tiroirs 3 et 4 peuvent être repris avec pour objets des éléments naturels, végétaux ou animaux. Les nouvelles pistes ouvertes à l'exploration sont suggérées par des fleurs artificielles - où l'on peut reconnaître des symétries de rotation dans la répétition des pétales, par des papillons - où la symétrie bilatérale joue aussi avec les couleurs.

On retrouve la symétrie d'ordre 5 chez les animaux inférieurs : une planche extrêmement minutieuse d'un livre de sciences naturelles du XIXème siècle en atteste, ainsi qu'une coque d'oursin. Sur le fossile d'oursin, on repère encore l'empreinte des 5 "zones ambulacraires" mais la symétrie n'est plus que bilatérale.

Des formes animales les plus inférieures -plus ou moins sphériques- à l'être humain, quels facteurs ont porté cette réduction de symétrie ?

Alors que la symétrie d'ordre 5 est fréquente dans le monde organique, on ne le trouve pas parmi les êtres de la nature inorganique (cf. Tiroirs 11 et 12) : une planche de cristaux de neige montre leur symétrie hexagonale.

Cette même symétrie se retrouve dans une coupe d'un rayon de miel. Les coupes des alvéoles sont de forme hexagonale, à peu près rigoureuses si la construction a été faite à partir d'un cadre bâti, la forme est légèrement moins régulière dans le cas où rien n'est venu guider les abeilles ; les deux cas sont modélisés par le carrelage hexagonal habituel.



## - De la réalité au modèle

(cf. case "Bulles de savon")

Les abeilles construisent leurs alvéoles en tournant à l'intérieur de celles-ci, comme elles sont toutes de taille sensiblement égale, elles vont construire un amas de cylindres circulaires parallèles dont la section transversale va être une configuration de cercles égaux les plus serrés possible, les tangentes à l'un des cercles aux points où il touche les autres forment un pavage - plan d'hexagones réguliers.

La cire est un peu fluide et les forces de capillarité vont transformer ces cercles en leurs hexagones circonscrits (dont les angles montrent encore quelque trace de la forme circulaire) ; ce sont en effet les formes, qui, pour une division du plan en parcelles d'aires égales, réalisent un réseau de contours de plus petite longueur. La géométrie générale des alvéoles correspond donc à l'usage le plus économique de la cire. Lier le type hexagonal à l'empilement de cercles égaux et à la recherche d'une "certaine économie" aide peut être à s'étonner moins de le retrouver aussi souvent dans la nature (maïs, pigment rétinien, ruche...).

# TIROIRS 11 et 12
# Cristaux (case 8 et 9)

L'ouverture du tiroir n°11 découvre deux cristaux de quartz. Leur éclat, leur transparence sont remarquables : les anciens appelaient "cristal de roche" ces minéraux et pensaient qu'ils étaient constitués d'eau, congelée par l'action des siècles.

Diverses impuretés peuvent colorer ces quartz et permettent de distinguer plusieurs variétés : l'améthyste -ainsi nommée car elle était sensé préserver de l'ivresse- colorée en violet par les sels de manganèse, la citrine -jaune, ferrugineuse-, le quartz fumé -dont la teinte est due à une cause non élucidée- : toujours cependant, l'éclat est le même, la dureté également, la cassure conchoïdale, la composition chimique : un oxyde de silicium. C'est le quartz, dont sont constitués les grains de sable, qui est fondu puis refroidi pour fabriquer le verre, les vitres...

Mais ce qui intrigue dans ces cristaux, ce sont ces faces planes, bien formées, naturelles, dont on note la présence à la fois dans les centaines de quartz que peuvent renfermer les géodes et sur les deux exemplaires contenus dans le tiroir et que nous pouvons prendre en mains. Observons plus précisément ces plans : nous remarquons qu'il déterminent en particulier des prismes hexagonaux terminés en pyramides. Les développements des faces, leurs dimensions sont variables ; les formes engendrées chez l'un ou l'autre des individus sont différentes.

Prenons les deux mires en laiton contenues dans le tiroir et appliquons les sur les faces d'un quartz, de manière à faire coïncider l'angle de celles-ci et l'angle de la mire. Nous pouvons facilement observer que l'une des mires s'applique **exactement** entre deux faces du prisme, l'autre mesure exactement l'angle que déterminent une face du prisme et une face de la pyramide.

Répétons à l'aide des mires la mesure des angles : nous voyons que tous les angles des prismes hexagonaux de tous les quartz sont toujours égaux entre eux, que tous les angles déterminés par une face de la pyramide et une face du prisme sont également toujours égaux entre eux : nous venons de mettre en évidence ce que l'on a coutume d'appeler la "première loi de la cristallographie", énoncée en 1772 par **Romé de l'Isle**, qui après avoir ainsi mesuré à l'aide de mires différents cristaux a pu conclure "les développements des faces d'un minéral sont différents mais la même espèce cristalline possède toujours les mêmes faces, faisant entre elles les mêmes angles.

Ces propriétés peuvent à bon droit nous questionner : pourquoi les cristaux peuvent-ils présenter naturellement de belles faces planes ? Pourquoi ces faces sont-elles entre elles, dans une même espèce minérale, selon les mêmes angles ?

Poser une question est en science souvent plus important que savoir y répondre... et nous pouvons remarquer la date tardive - la fin du XVIIIème siècle - à laquelle fut formulée une interrogation dont allait naître la cristallographie, alors que l'évidence de l'existence des faces des cristaux est si patente... : l'interrogation féconde concernant l'angle des faces n'avait pu être formulée ni par les mineurs - occupés à observer les associations afin de mieux identifier les gisements, ni par les minéralogistes - remarquant les différences d'habitus pour mieux préciser les origines, ni par les tenants des tendances platoniciennes ou vitalistes - faisant des cristaux la manifestation de "l'âme du monde". Ce sont finalement les sensualistes qui firent émerger cette question fondamentale en essayant - à tort - d'observer les qualités sensibles des minéraux - leur goût, leur odeur, leur dureté, leur éclat, leur couleur, l'angle de leurs faces -... afin, en particulier, de pouvoir guider la trop complexe chimie !

Pourquoi donc les faces ? Pourquoi leurs angles constants dans une même espèce minérale ? L'interrogation maintenant obsède. Pour y répondre la science va procéder, comme toujours, de manière réductionniste : d'un ensemble divers et complexe de propriétés - trop divers et trop complexe pour être appréhendé globalement elle isole une propriété qui intrigue, fait problème, elle réduit donc les caractéristiques du réel, observe les régularités, les idéalise pour mieux en rendre compte dans une interprétation qui n'aura certes pas la prétention de dire la vérité mais, plus modestement, de rendre compte de manière **pertinente** de la réduction opérée, et qui ne sera valide - aussi longtemps qu'elle n'aura été démentie - qu'à l'intérieur des limites entre lesquelles la réduction a été effectuée.

Dans le cas qui nous occupe, celui des faces des cristaux et de leur régularité, ce ne sont donc pas l'éclat, la couleur, la dureté, la densité, la composition chimique... qu'il nous faut considérer. Nous pouvons les abstraire. Ne retenant que les faces, et leurs angles, ce ne sont pas leurs grandeurs, leurs limites, leurs formes qui nous interrogent mais leurs seules intersections : le réel peut donc - **pour la propriété considérée** - être réduit de la manière suivante : un cristal idéal ne possédant que la propriété considérée présente des faces également développées entre lesquelles les angles valent, précisément, les valeurs mesurées à la mire. C'est ce **modèle** de la réalité que nous découvrons, nous pouvons le vérifier - dans le tiroir de la valise-exploration. C'est lui qui va constituer le support de notre raisonnement et nous permettre de représenter, puis de comprendre, celle des propriétés que nous voulons expliquer.

Mais, avant de continuer notre étude, nous allons découvrir un autre minéral, d'autres cristaux, par exemple la calcite, contenue dans le tiroir 12.

Sortons de leur logement les parallélépipèdes de calcite et le bloc, de forme quelconque, constitué également de ce minéral.

Nous remarquons immédiatement sur les cristaux les faces planes caractéristiques ; elles font entre elles des angles dont nous pouvons vérifier, en construisant nous-mêmes des mires qu'ils sont toujours égaux entre des faces homologues. Nous pouvons admettre que ces cristaux de calcite peuvent être modélisés par les petits rhomboèdres contenus dans le tiroir.

Mais la calcite possède bien d'autres propriétés curieuses : prenons en mains le bloc du minéral et cassons-en un petit morceau. Observons précisément le petit fragment détaché : sa forme est rhomboédrique, ses angles ont toujours les mêmes valeurs que celles mesurées sur les cristaux plus grands. Cassons à nouveau le petit fragment : il sépare, par **clivage**, en nouveaux rhomboèdres toujours constants dans leurs formes et leurs angles, toujours plus petits. Voici une bien curieuse propriété dont il va falloir rendre compte.

Prenons à présent un grand rhomboèdre transparent de calcite et plaçons le sur un trait fin, rectiligne, tracé sur une feuille de papier. Observons au travers de la face supérieure : le trait paraît dédoublé. Tournons le cristal sur lui-même en laissant la face inférieure posée sur le papier : l'image double du trait varie ; les lignes observées se rapprochent ou s'éloignent. Remarquons, plus précisément, que les deux images sont confondues ou séparées d'un écart maximum lorsque la ligne est exactement confondue avec la bissectrice des angles - aigu ou obtus - des faces inférieures ou supérieures du rhomboèdre. La propriété optique remarquable que nous venons d'observer - **la biréfringence** - présente donc une symétrie qui est en relation avec la symétrie extérieure du cristal : voici un nouveau fait expérimental important qu'il nous faut expliquer. Pour l'instant les incompréhensions s'accumulent : existence des faces, d'angles constants entre des faces homologues pour une même espèce minérale, de clivages symétriques dans la calcite, la biréfringence à mettre en relation avec la symétrie des cristaux de ce minéral... tous ces faits possèdent cependant une caractéristique commune qui va permettre d'interpréter : ils peuvent être décrits par symétrie.

C'est René Just Haüy qui, vers 1800, parvint à donner une première explication complète de toutes ces observations ; son raisonnement a contribué à fonder la cristallographie.

Haüy a prétendu a posteriori avoir fait une découverte fortuite ; ayant laissé tomber un gros cristal de calcite, il aurait été intrigué par les morceaux déterminés par le fracture du cristal - nous savons qu'ils étaient tous rhomboédriques. Reproduisant alors systématiquement le bris de cristaux de calcite de formes variables, il obtient toujours des rhomboèdres, plus petits mais de mêmes angles. Prenant un microscope et clivant la calcite sous l'objectif, il obtient toujours des rhomboèdres, jusqu'à la limite de séparation optique de l'appareil...

Haïy s'interroge ; est-il possible de casser indéfiniment la calcite ? Certes non raisonne-t-il : il existe forcément un solide qui est le plus petit que l'on peut obtenir par clivage -si petit qu'il n'est pas possible de le voir au moyen des plus puissants microscopes. Haüy ne doute pas que la calcite est un carbonate de chaux. Si donc, déduit-il, on parvenait à casser le plus petit rhomboèdre. Il sait, d'autre part, que la calcite, dans leur intégrité, est une "petite masse" ; il la nomme "**molécule intégrante**".

Dès lors, il imagine comment est formé le cristal de calcite : celui-ci, dans la nature, cristallise par évaporation ou condensation d'eau calcaire. Cette eau contiendrait donc des petits fragments rhomboédriques de calcite. Lorsque l'eau est soustraite à la solution, les fragments rhomboédriques s'approchent les uns des autres ; ils en viennent à se toucher, à se disposer de la façon la plus compacte possible : les cristaux ainsi formés -nous pouvons le voir sur les planches (figure) ou en assemblant les modèles rhomboédriques s'approchent les uns des autres ; ils en viennent à se toucher, à se disposer de la façon la plus compacte possible : les cristaux ainsi formés -nous pouvons le voir sur les planches (figure) ou en assemblant les modèles rhomboédriques contenus dans le tiroir -constituent un **empilement tripériodique** de molécules intégrantes. Celles-ci se disposent de manière obligatoirement symétrique, les "marches d'escalier" qu'elles déterminent sont invisibles à l'oeil nu puisque chaque rhomboèdre est invisible : les faces paraissent planes mais sont en réalité les plans tangents **au réseau** spatial ainsi déterminé.Tous les faits qui nous interrogeaient pour la calcite peuvent s'expliquer au moyen de ce modèle.

→ La répétition périodique de petits solides toujours identiques explique l'existence des faces régulières dont les angles sont constants dans une même espèce minérale (pour d'autres minéraux les assemblages ou les molécules intégrantes peuvent être différents, les angles ont donc une autre valeur).

→ Les clivages sont déterminés par la séparation d'un certain nombre de petits rhomboèdres : ils sont donc toujours constants, comme nous pouvons nous l'assurer en frappant -pour le disperser- sur l'assemblage tripériodique de petits rhomboèdres.

→ C'est l'empilement symétrique qui cause les propriétés optiques symétriques : celles-ci trouvent à leur tour une explication...
Notre modèle est fécond en ce qu'il permet même de prévoir des propriétés qui, sans lui, n'auraient pu être remarquées : ainsi, les rhomboèdres possèdent un axe de symétrie d'ordre 3 ; si la lumière se propage dans cette direction, aucune biréfringence ne devrait être observée. C'est bien ce que l'on peut vérifier si on taille une lame de calcite dans la direction indiquée.
Le modèle est explicatif, prédicatif... est-il vrai ? Disons qu'il rend compte des propriétés sélectionnées et présente une pertinence dans les limites de la réduction opérée. Permet-il d'expliquer la dureté, les couleurs des minéraux...? assurément non... et l'on sait aujourd'hui que l'on ne peut représenter les solides par des petits parallélépipèdes empilés qui remplissent l'espace : les atomes, les molécules laissent entre eux d'immenses vides... mais sont disposés -en l'absence d'agitation thermique, au zéro absolu- symétriquement ainsi que le supposait Haüy. Le modèle telle "maille" cristalline est représenté case 8.

Une preuve indirecte de la validité de l'hypothèse réticulaire est contenue case 9 : en 1912 on supposait -sans en avoir la preuve- que les cristaux sont constitués d'un assemblage régulier d'atomes, de même qu'on conjecturait que les rayons X sont -comme la lumière visible- un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde petite. Rapprochant ces deux conjectures, Von Laüe eut l'idée d'essayer de faire diffracter, comme la lumière, les rayons X en utilisant, en raison de leur longueur d'onde supposée, comme réseau de diffraction (cf. case 1) un réseau de très petit "pas" : les cristaux. Il plaça donc un cristal devant un faisceau de rayons X et obtint sur un film photographique, après un temps de pose assez long, des tâches de diffraction analogues à celles que vous pouvez observer sur les photos contenues case 9 : Von Laüe venait de prouver à la fois la nature électromagnétique des rayons X et la nature réticulaire de l'assemblage des molécules formant les cristaux. Le dénombrement de ces assemblages allait être possible grâce aux travaux théoriques qu'avaient menés Bravais et Fedorov soixante et trente ans auparavant. Nouvelles fécondités de modèles appartenant à des disciplines différentes de la science - les mathématiques, l'électromagnétisme, la cristallographie. Ces modèles sont-ils vrais ? Ils découvrent un aspect de l'immense complexité de la "nature"... mais ont permis une belle unification et satisfont l'esprit.

# TIROIR 13
# Axes de rotation

Les jeux avec les miroirs ont fait découvrir et systématiser les symétries de rotation, on les a ensuite reconnues dans les objets naturels et les objets construits : ici on cherche à donner une représentation matérielle de cette notion d'axe de rotation, qui lie l'ordre d'un axe à la construction d'un polygone régulier du même nombre de côté, figure convexe la plus simple possédant cette symétrie.
Serat-il d'ordre 5 ? Un profil en bois de section pentagonale régulière le concrétise ; on peut y ajuster cinq baguettes en plastique de même longueur, représentant les 5 rayons vecteurs, portant les 5 A, images successives d'une même lettre A (son orbite...). Cette représentation est imparfaite, puisque non rigoureusement plane ; elle est un stade intermédiaire entre les formes sensibles des fleurs ou de l'oursin et l'idéalisation mathématique formelle.
La colonne, jeu de construction, montre un objet présentant de manière la plus épurée possible une symétrie hélicoïdale d'ordre 6 ; la translation selon l'axe est marquée par la raie noire dans le bois.

## - Approfondissement

1. Il y a des rotations (de 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1 tour) laissant invariant un pentagone régulier ; chacune, composée avec elle-même, redonne les 5 autres ; composée 5 fois de suite avec elle-même, redonne l'identité. Ceci est également vrai pour les 2 rotations conservant 1 segment ou les 3 rotations conservant un triangle équilatéral.
2. Avec les rotations dont l'ordre est un entier, on obtient tous les modèles de groupe cycliques finis k avec le groupe des entiers pour l'addition on obtient le modèle de groupe cyclique infini.

# TIROIR 16
# Les solides platoniciens

*(cf. tiroir 17 : la divine proportion. tiroir 12 : les molécules intégrantes d'Haüy, ouverture : les symétries du cube. Iconographie : Le système du monde de Képler).*

Dans l'espace à trois dimensions, la situation est différente de celle du plan ; il n'y a pas une infinité de polyèdres réguliers, il en existe 5 seulement.

Ce sont le tétraèdre, l'octaèdre, l'icosaèdre à respectivement 4, 8, 20 triangles équilatéraux, le cube à 6 faces carrées, le dodécaèdre à 12 faces en pentagones réguliers. L'opération de dualité qui consiste à associer à chaque polyèdre celui construit en joignant les centres de ses faces, associe le tétraèdre à lui-même, le cube à l'octaèdre, le dodécaèdre à l'icosaèdre et permet de réduire l'étude de leurs groupes de symétries.

Ces 5 formes géométriques expriment l'existence algébriquement de 5 types de groupes finis de transformation de l'espace, n'ayant d'autre sous espace invariant qu'un point, conservant les distances et l'orientation.

L'antiquité grecque connaissait ces formes - Platon les introduisit dans le dialogue du Timée pour expliquer la formation des quatre corps fondamentaux, le feu, la terre, l'air et l'eau. C'est pourquoi ces polyèdres sont souvent appelés solides platoniciens- Les Éléments d'Euclide se terminent par l'étude des 5 polyèdres réguliers qui apparaissent ainsi comme la somme et le terme de la connaissance mathématique de l'époque.

Dans la philosophie platonicienne, ces formes polyédriques président à la genèse du monde : en effet Timée a pour but d'expliquer la formation de l'univers et celle de l'homme, microcosme assujetti aux mêmes lois que le macrocosme.

Avant tout, le Dieu commença à donner aux éléments une configuration distincte au moyen des idées et des nombres pour les tirer de leur désordre et les assembler de la manière la plus belle et la meilleure possible. Un des points de l'argumentation consiste alors à reconstituer les quatre corps fondamentaux en décrivant la surface qui clôt les solides, les constituant et cela à l'aide de triangles rectangles primitifs. Des triangles scalènes (l'hypoténuse vaut le double du plus petit côté de l'angle droit) dériveront les polyèdres dont les faces sont des triangles équilatéraux ; des triangles isocèles dériveront le cube.

Ces éléments polyédriques vont composer la terre (cubes), le feu (tétraèdres), l'air (octaèdres), l'eau (icosaèdres) ; leur petitesse les rend invisible à nos yeux, le dieu ordonne et règle leur mouvement, leur division, leur recomposition qui correspondent à des transformations des 4 éléments entre eux.
Une 5ème forme achève le dessin de l'Univers, c'est le dodécaèdre régulier. Cette forme est proche de celle des cristaux de pyrite abondants en Sicile, dont les 12 faces égales sont des pentagones à 4 côtés égaux.

Mais plus profondément, l'importance quasi magique de cette 5ème forme est à saisir dans la difficulté conceptuelle posée par sa construction. Celle-ci amène à faire exister deux grandeurs incommensurables : la diagonale et le côté du pentagone régulier, qu'il n'est pas possible de mesurer avec la même unité et à donner une construction géométrique de leur rapport (la section d'or) inexprimable en terme de nombres. La réalisation du tracé du pentagone régulier est au coeur de la crise des irrationnels chez les grecs et ébranle l'héritage philosophique pythagoricien, où il est dit que tout conformément au nombre est formé.

# TIROIR 18

Observer les formes représentées dans le tiroir de la valise-exploration : elles sont -autant que leur construction l'a permis- rigoureusement identique ; même formes, mêmes faces, mêmes angles... mais elle diffèrent quand même en ce sens qu'elles ne sont pas **superposables**, mais symétriques par rapport à un plan qui passerait entre elles.

Ces modèles reproduisent un de ceux qu'a réalisé Pasteur en étudiant ces curieux cristaux dont on dit qu'ils sont isomères optiques.

Les quartz (figure), les tartrates... peuvent eux aussi présenter des facettes qui sont placées relativement aux faces principales des cristaux tantôt à droite, tantôt à gauche... ces formes sont elles aussi caractéristiques des isomères optiques.

Nous pouvons remarquer que ces formes cristallines ne possèdent ni centre de symétrie, ni plan de symétrie, ni -plus généralement- d'autre élément inverse de symétrie (ceux-ci répéteraient les facettes et les amèneraient à la fois à droite et à gauche). La curieuse propriété d'isométrie optique ne se présente donc que dans les cristaux **énantiomorphes**, ceux qui ne comprennent que des symétries par rotation.

Arago, Mitscherlich, Biot avaient remarqué -bien avant Pasteur- d'autres propriétés des isomères optique : les lames de leurs cristaux, taillées perpendiculairement à un axe optique, ne sont plus isotropes en incidence normale mais font tourner le plan de polarisation d'une lumière polarisée de façon rectiligne d'un certain angle : ce phénomène est appelé **polarisation rotatoire**.

Cette polarisation rotatoire se présente aussi en solutions : celles du sucre, de tartrates par exemple. Ce sont les études précises de tartrates, cristallisés ou en solution, qui allaient permettre à Pasteur de donner une interprétation de l'isomérie optique.

Observant d'abord les faces extérieures des tartrates, Pasteur remarque -comme nous l'avons déjà noté - que certains cristaux possèdent, par rapport aux faces principales, des facettes disposées tantôt à droite de l'observateur, tantôt à gauche. Dissous séparément, les solutions de ces cristaux déviennent le plan de la lumière polarisée à droite - ils sont **dextrogyres**- ou à gauche - **lévogyres** -. Dissous ensemble en quantité égales, leur mélange -on l'appelle racémique - n'a pas d'influence sur la lumière polarisée.

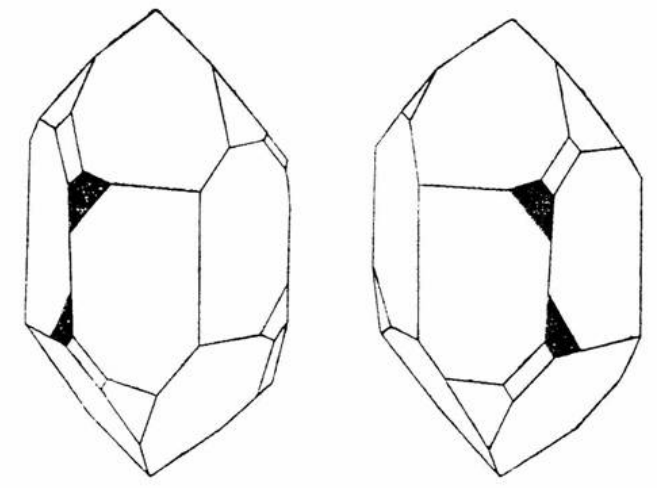
Pasteur pouvait alors écrire :
*"Nous étions en présence d'un cas d'isomorphisme de deux cristaux dissymétriques qui se regardent dans un miroir... J'avais séparé par la cristallisation de ... deux groupes atomiques, symétriques isomorphes, intimement unis dans l'acide paratartrique. Les expériences montrent parfaitement que l'acide paratartrique des chimistes, inactif sur le plan de la lumière polarisée est composé de deux acides - dont les rotations se neutralisent mutuellement parce que déviant le plan de polarisation l'un à droite de l'autre à gauche de la même quantité absolue".*

La séparation des “racémiques” peut être obtenue de diverses manières, selon la nature des isomères : par triage à la lampe, par combinaison chimique sélective, par méthode biologique (des bactéries assimilent parfois uniquement soit l’un, soit l’autre des isomères).

Il reste à expliquer les raisons de l’isomérie optique. Là encore, écoutons Pasteur :
*“Si l’on considère les objets matériels, quels qu’ils soient, sous le rapport de leurs formes et de la répétition de leurs parties identiques, on ne tarde pas à reconnaître qu’ils se distribuent en deux grandes classes dont voici les caractères : les uns placés devant une glace donnent une image qui leur est superposable ; l’image des autres ne pourrait les recouvrir. Un escalier droit, une tige à feuilles distiques, un cube, un corps humain... Voilà les corps de la première catégorie. Un escalier tournant, une tige à feuilles insérées en spirales, une vis, une main, un tétraèdre irrégulier... voilà autant de formes du second groupe. Ces derniers n’ont pas de plan de symétrie”.*

C’est pour illustrer cette absence d’élément inverse de symétrie - déjà notée - que le tiroir de la Valise-Exploration contient deux tire-bouchons inversés l’un de l’autre.

Leur présence a aussi une signification profonde : avec Pasteur, nous pouvons attribuer l’isomérie optique -et la polarisation rotatoire qu’elle permet- à la présence d’une symétrie hélicoïdale : dans un cas la molécule constituant le “**corps actif**” présente des substituant enroulés en spirale (cas des sucres ou des tartrates) dans un autre, la molécule n’a pas cette particularité mais la répétition spatiale se fait en hélice autour

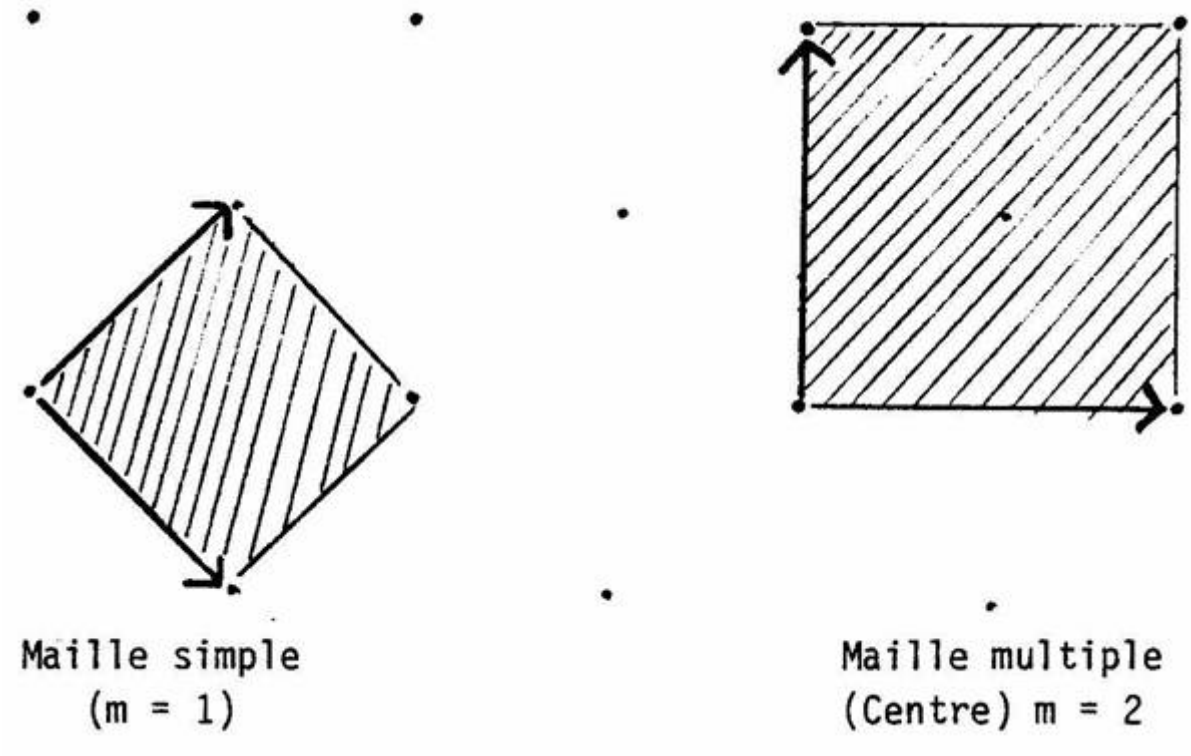


QUARTZ GAUCHE QUARTZ DROIT

de certaines directions (cas du quartz). Cette variation hélicoïdale de la structure moléculaire ou du réseau cristallin entraîne une même variation moléculaire ou du réseau cristallin entraîne une même variation hélicoïdale dans les manifestations macroscopiques que sont les faces ou la polarisation rotatoire.

L’isomérie optique est particulièrement importante : elle permet dosages et séparations ; son étude a amené la naissance d’une discipline fort importante en chimie : la **stéréochimie** ; l’origine de la vie sur terre est due aussi peut-être -d’après certains auteurs- à ce phénomène : la lumière solaire, partiellement polarisée, aurait agi sur des molécules complexes pour les rendre “actives”...

# CASE 1




Nous avons étudié (tiroir N°5) les pavages du plan. Les papiers peints contenus dans la case 1 permettent d'un compléter l'étude, en montrant la répétition, selon deux directions, d'un même motif. A l'aide de caches évidés, il est visible de construire une maille du réseau plan et faire apparaître ses **noeuds** (qui peuvent ne pas correspondre avec les motifs). On voit facilement que l'on peut trouver une infinité de mailles possibles, basées sur des translations différentes qui décrivent tous les noeuds sans en oublier un seul ; ces mailles contiennent donc toutes un seul noeud propre ; elles sont dites **mailles simples**. La maille simple basée sur les translations les plus courtes possibles est dite **maille élémentaire**. Dans certains réseaux, plusieurs mailles élémentaires sont possibles : elles sont entre elles non superposables mais symétriques par rapport à un plan. L'une d'entre elles, la **maille conventionnelle,** peut être choisie arbitrairement pour décrire l'espace plan. Dans certains réseaux, on peut avoir intérêt (notamment pour simplifier les calculs) à prendre comme maille non pas une maille simple, mais une maille basée sur des translations qui font entre elles des angles remarquables (par exemple 90°) sans toutefois décrire tous les noeuds du réseau. Les nouvelles mailles obtenues sont toutes les mêmes, et possèdent plusieurs noeuds propres : on dit qu'elles sont **multiples**, de multiplicité m.

Les surfaces d'une maille simple et d'une maille multiple sont liées entre elles : la surface S du réseau contient N noeuds, donc N mailles simples de surface s=S/N, donc N/m mailles multiples de multiplicité m, de surface s'=
Cette maille multiple a donc une surface s'=ms.

# CASE 1 - 9
# Diffraction

L'Étude des cristaux (tiroirs 11 et 12) nous a montré qu'ils peuvent être considérés comme la répétition tripériodique d'atomes ou de molécules. L'expérience de diffraction de Von Laüe (case 9 - tiroir 12) confirme la validité d'une telle conjecture. Pour mieux appréhender les phénomènes de diffraction, nous pouvons sortir les rideaux et les tulles contenus dans la case 1.
Observez au travers du plus fin d'entre eux un spot lumineux disposé à l'autre bout d'une grande salle ; vous voyez un curieux phénomène : le spot semble bordé de franges colorées, visible dans deux directions orthogonales - **C'est la diffraction**.

Tournons le rideau tendu sur lui-même : l'image diffractée tourne également, dans le même sens.

Observons la constitution du rideau : il est formé d'une chaîne et d'une trame, orthogonales entre elles, assez serrées.

Prenons un autre rideau, dont la maille est **plus grande** et observons le spot : l'image diffractée est moins apparente : les franges sont toujours orthogonales entre elles, mais elles sont **plus serrées**.

Reproduisons l'expérience avec des tissus divers : nous voyons que l'image diffractée tourne toujours quand nous tournons le rideau, que la symétrie est la même que celle de la disposition des fils du tissu, que la **grandeur de l'image est inversement proportionnelle à la dimension de la maille du réseau diffractant** (le rideau).

Ces phénomènes sont donc généraux.

Pour obtenir des diffractions, il faut que la maille du réseau soit d'un ordre de grandeur comparable à celui de la longueur d'onde de la lumière diffractée : nous comprenons mieux que Von Laüe ait voulu utiliser pour tenter de faire diffracter des rayons X, dont la longueur d'onde est de l'ordre de l'angstroem, un cristal dont la maille vaut aussi quelques Angstroems.

# CASE 2
# Champs magnétique

Plaçons l'aimant sous la plaque de Plexiglas, versons **un peu** de limaille dans la passette, et secouons légèrement celle-ci au dessus de la plaque : immédiatement la limaille s'oriente selon des courbes bien définies. Tapotons la plaque ; l'orientation se précise. Nous pouvons vérifier que les courbes produites sont symétriques par rapport au barreau et à sa perpendiculaire.

C'est Faraday qui étudia le premier, de façon précise ce phénomène. Autodidacte, manquant de formation mathématique, il a l'idée de décrire précisément l'action des aimants dans l'espace qui les entoure -ainsi que l'action des courants dans ce même espace- en regardant l'orientation des fragments aciculaires de limaille de fer : les lignes qu'elles forment sont appelées par Faraday **lignes de forces** et interprétées par lui de la manière suivante :

1. Chaque petit morceau de limaille prend la direction de la force qui s'exerce sur lui ; la tangente à la courbe en un point quelconque de celle-ci à même direction que le fragment de limaille placé en ce point ; elle donne donc la direction de la force en ce point.
2. Les lignes sont plus serrées près du pôle de l'aimant, là où les forces sont plus grandes ; la densité des lignes permet donc de caractériser l'intensité des forces.

A l'aide d'un moyen très simple, Faraday vient de définir l'ensemble des actions produites par un aimant, de décrire ce que Maxwell appellera -par analogie aux sillons que trace le laboureur- son **champ de forces** ou encore son c**hamp magnétique** (1862).

Constatant, quarante ans plus tard (1905) que la théorie de Maxwell décrit différemment l'action d'un aimant mobile sur un circuit au repos et celle d'un circuit mobile sur un aimant au repos -alors que l'action réciproque de l'un sur l'autre ne peut permettre d'atteindre une telle symétrie- Einstein voudra -par seul soucis esthétique- décrire symétriquement des interactions des aimants et des courants ; il construira alors une électrodynamique des corps en mouvement s'appuyant sur la théorie de Maxwell mais l'épurant de ses contradictions, et énoncera ce qui est aujourd'hui connu sous le nom de "**Théorie de la relativité**".

# CASE 3
# Polyptique de l'Agneau Mystique - Hubert et Jan Van Eyck 1432

La case 3 contient les éléments qui sont à replacer sur le cadre de la reproduction dupolyptyque, contenue dans la réserve latérale de la valise-exploration.

En sortant cette reproduction, repliée, nous voyons la composition symétrique des deux ouvrants ; la symétrie se retrouve aussi dans les correspondances des symboles : en bas, les deux Saint Jean ; le baptiste et l'évangéliste ; le donateur et la donatrice ; au milieu l'ange de l'Annonciation et Marie ; deux ouvertures donnant sur un paysage flamand, où se note la construction d'une perspective...

Déplions le polyptyque ; il s'agit maintenant de loger les personnages à leurs places respectives.
Un peu d'attention permet de les disposer ; la considération de la figure constituée choque ou entraîne l'adhésion... L'équilibre est obtenu.
Dieu est disposé au centre ; il préside au jugement dernier ; à ses côtés la Vierge et Saint Jean, qui intercèdent pour les âmes lors du jugement, ensuite viennent le choeur des anges, puis dans leur nudité, Adam et Eve.
Tous les regards convergent vers le Centre, vers Dieu.
Dans la partie inférieure, la troupe arrêtant Jésus au Jardin des oliviers est placée symétriquement à la troupe du XV$^{ème}$ siècle.
Au Centre, se trouve l'agneau mystique placé sur un autel ; il représente la seconde venue du Christ à Jérusalem, lors du jugement dernier. Quatre anges, derrière lui, disposés symétriquement, portent les instruments de son supplice ; de chaque côté quatre autres anges sont en adoration.
Devant se trouve une fontaine -octogonale- sur le bord de laquelle est tracée, en latin, l'inscription "cela est la source d'eau de la vie qui sort du trône de Dieu et de l'agneau" : après l'avènement du royaume de Dieu, la terre se trouvera dans un état paradisiaque, une source d'eau de la vie jaillira, l'arbre de vie y poussera.
Ce qui est peint est donc le jardin de l'Éden ; la végétation à gauche est luxuriante ; elle représente le Paradis ; à l'horizon, la ville est la Nouvelle Jérusalem ; la cité sur la montagne est l'épouse de l'Agneau : le véritable sujet de cette peinture est donc le mariage sacré du Christ et de la Femme.

Les villes sont des cités flamandes : les peintres reconnaissent une partie du royaume de la liberté. Le sacrifice du Christ signifie à la fois la liberté de l'humanité aussi bien que la conservation de l'Univers.

La Composition du tableau est symétrique ; mais nous voyons aussi se dégager en bas, les perspectives, les plans de la mise en scène. Le tableau révèle donc la même géométrisation de la construction que celle qui émerge dans les oeuvres du quattrocento italien.

La symétrie n'est pas seulement géométrique, elle est également symbolique : la mise en correspondance des éléments nous en convainc. Mais la partie haute présente par rapport aux tendances picturales de l'Italie, un archaïsme : les personnages sont encore disposés selon la hiérarchie des valeurs de l'époque gothique : d'abord Dieu, puis les Saints, les Anges, enfin l'homme.

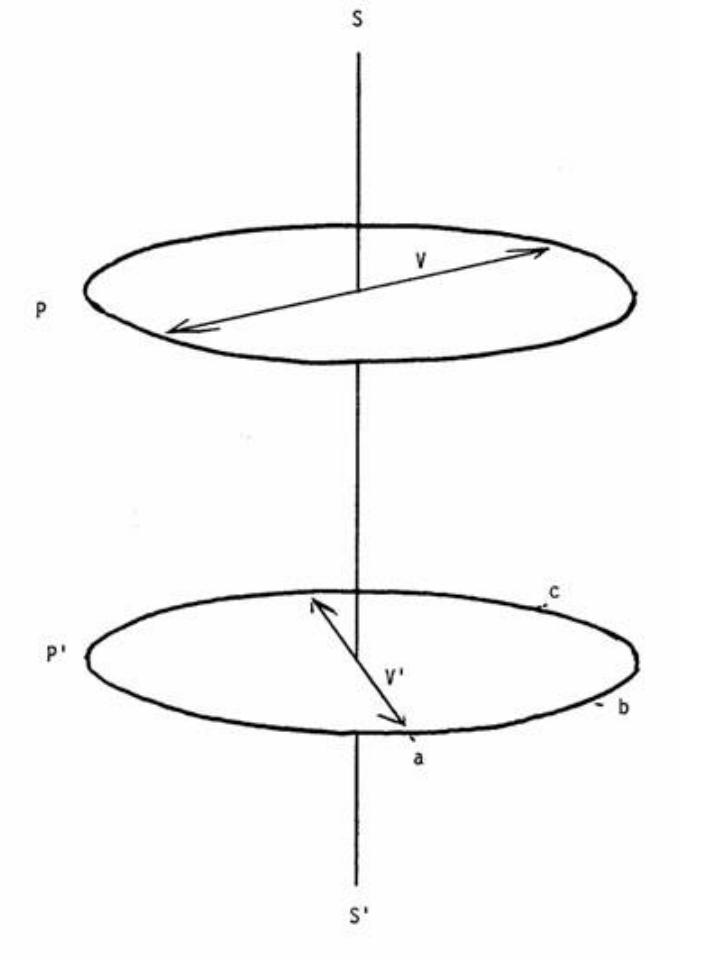
Un troisième niveau de symétrie est atteint par l'équilibre général de la composition grâce à laquelle nous atteignons l'harmonie, le calme, le repos, la béatitude.

# CASE 4 ET 14

*(Voir aussi tiroirs 11, 12, 18 - cases 1, 8, 9)*

Le dispositif polarisant (case 4) est constitué d'une lampe, que l'on peut allumer au moyen de l'interrupteur. En avant du système d'éclairage qui fournit un faisceau de lumière parallèle, sont placés deux polariseurs identiques P et P' dont l'un est mobile autour d'un axe appartenant au faisceau lumineux. Tournons ce polariseur P' : deux extinctions et deux maxima, à 90° les uns des autres, se produisent pour une rotation de 360°. Cette expérience peut s'interpréter, si on admet que la lumière est une onde qui se propage selon SS4 et qui est associée à des vibrations dont il faut déterminer la direction. Au cours de la rotation de P' seule la direction S'S reste constante ; si les vibrations possédaient une composante selon cette direction, elle resterait elle aussi constante : aucune annulation de l'intensité lumineuse ne pourrait être notée. Les vibrations associées à l'onde lumineuse sont donc contenues dans les plans perpendiculaires à SS' (plan P, P' ...).

Puisque les deux polariseurs P et P' sont identiques, ils ont même action sur la lumière. La présence des extinctions et des maxima à 90° l'un de l'autre montre que P peut laisser passer une seule direction de vibration V, P' une seule également V'. P' recevant la vibration incidente V, c'est la composante de V sur V' sont perpendiculaires, l'intensité transmise est nulle (Fig. B). Quand V et V' sont parallèles, l'intensité transmise est maximale (Fig. C).




Entre P et P', se trouve une petite barre de plastique reposant sur des ergots placés à ses extrémités. Une vis permet d'exercer une pression au centre de la barre.

Lorsque la vis est relevée, plaçons nous en position d'extinction (on dit que les **polariseurs** sont **croisés**) aucune intensité lumineuse n'est perceptible.

Exerçons la pression au centre de la barre : des teintes d'interférences apparaissent. Remarquons qu'elles varient avec la pression exercée ; qu'elles sont symétriques par rapport au point d'appui.

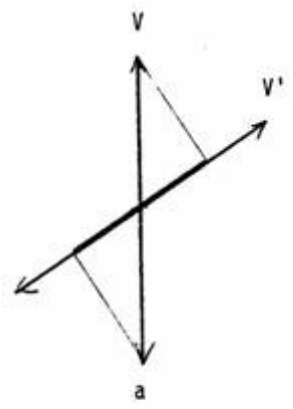



Fig. A

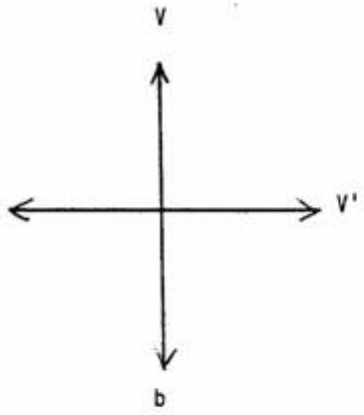



Fig. B

Fig. C

Comment interpréter ces faits ? En l'absence de pression, la barre se comporte comme l'air qui l'entoure : elle est isotrope. Les molécules constituant le plastique occupent des positions aléatoires dans celui-ci : leur répartition statistique à l'échelle macroscopique et isotrope.

Quand nous exerçons une pression, les contraintes amènent une orientation préférentielle dans la matière de la barre ; celle-ci ne possède plus les mêmes propriétés dans toutes les directions : elle est anisotrope - comme le sont des réseaux bidimensionnels, tridimensionnels, où toutes les directions - nous pouvons nous en convaincre sur des exemples - ne sont pas équivalentes en ce sens qu'elles ne coupent pas la même densité de "noeuds". Cette anisotropie amène - comme dans le cas de la calcite (Tiroir 12) - une biréfringence : deux ondes réfractées se propagent. Elles interfèrent à la sortie du second polariseur pour donner les teintes observées.

Les cristaux, corps anisotropes, peuvent présenter en lames minces ces teintes de biréfringence. Le microscope polarisant contenu case 14 permet de les observer : ce microscope comprend deux polariseurs placés d'un cous la platine porte-objets, l'autre sous l'oculaire.

Éclairons le microscope et réglons le miroir de manière à observer une intensité lumineuse non nulle. Tournons l'oculaire (dont le second polariseur est solidaire) sur lui-même : nous observons les deux extinctions et les deux maxima déjà observées au moyen du dispositif polarisant.

Plaçons nous dans une position d'extinction et disposons sur la platine, sous l'objectif, une lame porte-objets ; déposons y une goutte de solution saturée de sulfate de fer : la cristallisation de celui-ci permet d'observer des germes symétriques, leur croissance et le développement de faces, l'apparition de magnifiques teintes de biréfringence analogues à celles observées avec la barre de plastique. Cette méthode d'étude est fort utilisée pour examiner et déterminer les minéraux des roches.
Des dispositifs analogues au polarimètre sont couramment employés au contrôle optique de solides isotropes ou anisotropes, ou pour mesurer les tensions exercées sur un objet d'études.

# CASE 5
# Bulles de savon

Plongez le tétraèdre régulier en fil de fer dans l'eau savonneuse, retirez-le, les films se tendent depuis les arêtes jusqu'au centre, la forme prise respecte la symétrie du tétraèdre. Dans la mousse, chaque ligne est l'arête commune à 3 films (ils font 2 à 2 un angle de 1/3 de tour), au centre convergent 4 lignes (l'angle qu'elles font 2 à 2 est déterminé environ à 109°). Constatez que vous retrouvez ces répartitions régulières des films d'eau savonneuse en immergeant un octaèdre ou un cube, vous pouvez aussi modifier ces formes en supprimant un ou plusieurs films tendus depuis les arêtes métalliques du polyèdre, observez alors aussi l'appauvrissement en symétries.

Pour le tétraèdre, les films convergent en son centre ; dans le cas de l'octaèdre apparaît au centre un pentagone régulier, et dans celui du cube un carré.

Si vous replongez dans l'eau savonneuse la carcasse métallique avec ses films -tétraèdre, octaèdre ou cube- et la retirez ensuite, il apparaît de nouveau films qui s'ajoutent suivant les mêmes règles de rencontre de 3 films ou de 4 lignes, et qui portent une bulle centrale -tétraèdre, octaèdre ou cube sphérique.

Selon les lois de la capillarité, une pellicule d'eau savonneuse qui forme une surface tendue s'appuyant sur un fil métallique fin refermé sur lui-même, prend la forme d'une surface minimale. C'est-à-dire qu'elle est la plus petite de toutes les aires pouvant être ainsi délimitées.

C'est pour une même raison qu'une bulle de savon dans laquelle un certain volume d'air est insufflé prend une forme sphérique : la sphère est la surface minimum qui puisse enfermer ce volume.
La mathématique si elle sait mettre en équation ce problème de minimalisation de surface, astreinte par ailleurs à certaines conditions, ne fournit pas dans la plupart des cas de solutions explicites, la nature par contre, fournit de nombreux exemples de réalisation de ces surfaces.

# CASE 15
# Les ondes

*(Case 15 - 7 - tiroir 12)*

Écartons la boule placée à une extrémité du dispositif -le "balance ball"- et laissons la retomber : la boule située à l'autre extrémité jaillit sans que les autres ne bougent ; elle retombe à son tour et fait jaillir celle qui lui est opposée et ainsi de suite. Idéalement (absence de frottements, boules exactement au contact, dureté extrêmement grande pour éviter toute dissipation plastique...) le mouvement est éternel... ici il est amorti, plus ou moins rapidement.

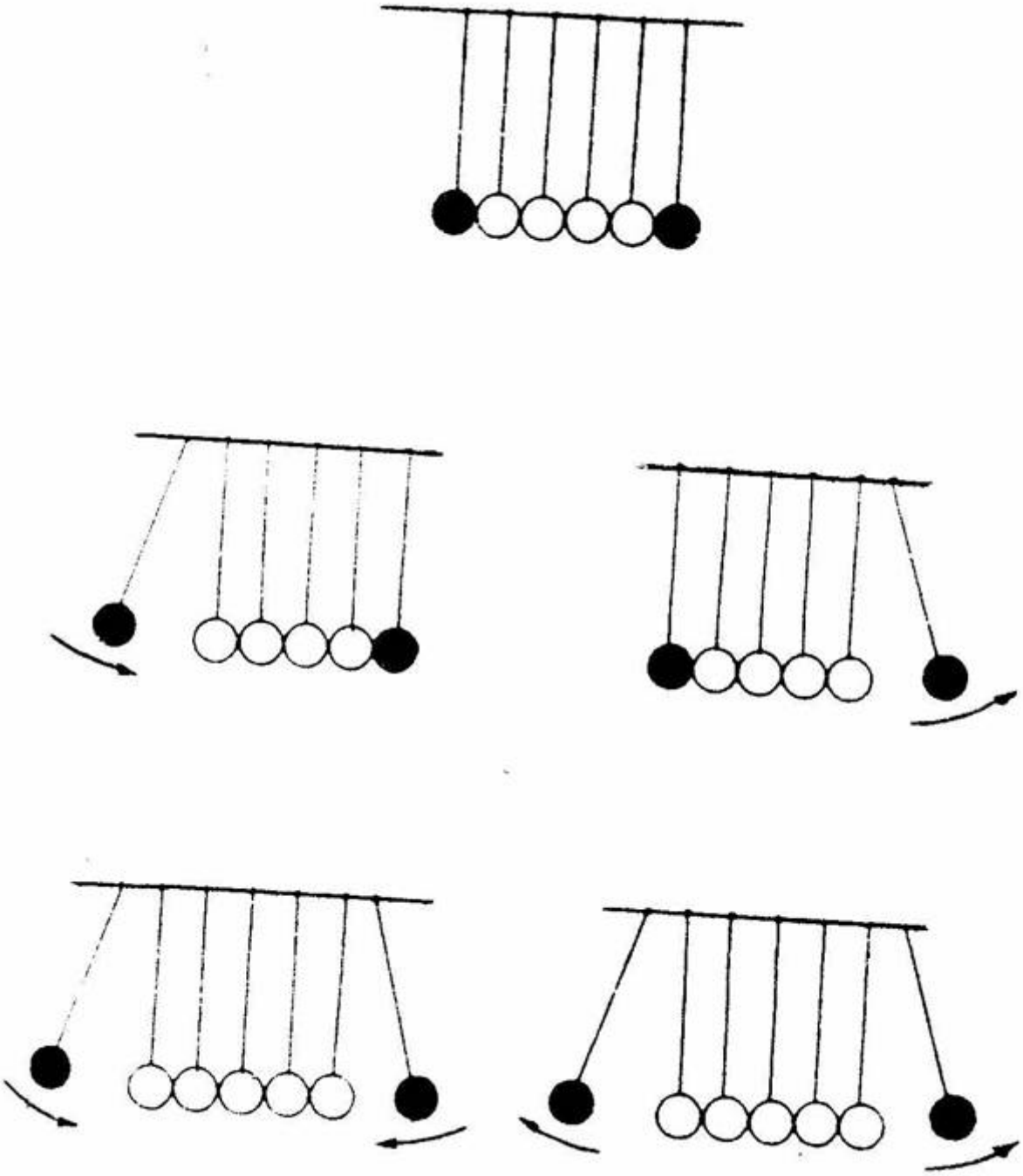
Puisque les boules extrêmes jaillissent, de l'énergie se propage dans le dispositif ; de l'énergie qui se propage, c'est ce que l'on appelle une **onde**, toujours associée en mécanique à des mouvements de la matière : les **vibrations**. Ici, l'onde se propage de droite à gauche, de gauche à droite au travers des sphères très dures au contact. Les vibrations - indécelables sur d'autres boules que celles des extrémités, - ou alors les sphères ne sont pas exactement au contact - ont même direction que l'onde : elles sont longitudinales.

Reprenons l'expérience de manière à la décrire plus complètement ; écartons la première boule et laissons la retomber : elle s'immobilise dès qu'elle touche sa voisine et lui a donc communiqué" tout son mouvement ; la dernière boule se soulève et témoigne de la propagation de l'onde associée à des vibrations longitudinales. Soulevons maintenant les deux boules extrêmes et laissons les retomber en même temps : elles rejaillissent en deux mouvements contraires et atteignent une hauteur égale à celle observée dans l'expérience précédente pour peu que les boules aient été écartées de la même hauteur dans les deux cas : deux ondes se sont propagées en sens inverse sans se gêner l'une l'autre. Les ondes permettent d'expliquer les propagations dans des sens différents d'une même direction sans que les effets se gênent ou s'annihilent.

C'est à l'aide de ce modèle de balles que Christian Huygens put, en 1672, expliquer la propagation ondulatoire de la lumière au sein d'un milieu - l'éther- sensée emplir les espaces intersidéraux. C'est le même modèle qui lui permet de définir les notions de **surface d'onde** : lieu des points atteints en un même temps par une perturbation partie en un instant donné d'un point donné, et de rendre compte - en compliquant le modèle de l'éther par l'hypothèse d'un assemblage tripériodique de particules à l'intérieur de la calcite- de la biréfringence de ce minéral.

Le raisonnement par symétrie permet ainsi de rendre compte du comportement des ondes, des surfaces d'ondes... dans des milieux isotropes, autotrophes... de prévoir et d'expliquer les phénomènes de propagations - dans ces différents milieux.

On peut aussi décrire l'énergie qui se propage dans les sphères - ou tout autre milieu - par une fonction sinusoïdale - (comme le montre la décomposition en série de Fourier présentée dans le document vidéo de la case 7, un son quelconque peut être considéré comme la somme d'ondes sinusoïdales : le raisonnement par symétrie allié à une décomposition en parties simples symétriques d'une partie quelconque non symétrique permet la résolution élégante de problèmes très complexes - et la reproduction du son des instruments au travers de dispositifs électromagnétiques...



# Propriétés physiques et symétrie

*Tiroirs 1-3-4-5-6-7-10-11-12-13-14-15-18-20-21*
*Cases 1-2-4-5-6-7-8-9-14-15*

**• Le principe de Neumann**

Les nombreux exemples étudiés montrent que, dans des objets engendrés par des répétitions périodiques, certaines propriétés physiques peuvent varier avec la direction. C'est ainsi que des faces apparaissent dans les cristaux, que ceux-ci peuvent cliver, présenter le phénomène de biréfringence, la polarisation rotatoire ; que des déformations symétriques amènent une biréfringence de contrainte ; que les champs magnétiques ont une symétrie relative à la direction du barreau aimanté, que les images diffractées dépendent du réseau diffractant…

L'idée d'une relation entre la variation des propriétés physiques et la symétrie est contemporaine de la découverte des propriétés. Le dénombrement, initié grâce aux travaux des cristallographes, puis effectué de manière uniquement théorique, des classes, des groupes de symétrie, allait permettre de systématiser l'étude des propriétés physiques et de réaliser à leur propos une grande économie de pensée.

Franz Neumann, le premier, dès 1833, pouvait à propos des cristaux, énoncer le principe général suivant l "Les éléments de symétrie de toute propriété physique d'un cristal doivent inclure les éléments de symétrie de groupe à centre du cristal (sa classe de symétrie). Ce "**principe de symétrie**" permet soit de déduire les symétries possibles du cristal en observant la symétrie des propriétés physiques qu'il présente, soit de rechercher précisément une propriété particulière, la symétrie du cristal étant connue ; dans ce cas, puisque la symétrie de la propriété est toujours **au moins** égale à celle du cristal, le principe de Neumann permet d'indiquer les conditions nécessaires d'apparition d'une propriété, non les conditions suffisantes : les impossibilités, les interdictions, sont clairement exprimées mais les possibilités peuvent ne pas être univoques et doivent être soumises à l'expérience.

**• Les lois de Curie**

En 1894, Pierre Curie a l'idée d'étudier systématiquement non plus les propriétés physiques que manifestent les corps mais la **symétrie des phénomènes physiques** eux mêmes. Il note "Les physiciens utilisent souvent les conditions données par la symétrie, mais négligent généralement de définir la symétrie dans un phénomène… Il vaudrait cependant mieux exposer ces questions : dans l'étude de l'électricité, par exemple, énonces… la symétrie caractéristique du champ électrique et du champ magnétique : on pourrait ensuite se servir de ces notions pour simplifier bien des démonstrations". Et P. Curie énonce le **principe** qui porte aujourd'hui son nom : "lorsque certaines causes doivent se retrouver dans les effets produits. Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance. La réciproque de ces deux propositions n'est pas vraie, au moins pratiquement, c'est-à-dire que les effets produits peuvent être plus symétriques que les causes… C'est la dissymétrie qui crée le phénomène".

A partir de ces considérations, P. Curie montre quelle est la symétrie de l'attraction newtonienne, du champ électrique, du champ magnétique, dans quels milieux ils peuvent se manifester. Il peut ainsi déduire l'existence de nouvelles propriétés -non encore observées- préciser dans quelles directions elles s'appliquent, et les observer.

C'est un nouveau champ d'études qu'oeuvre P. Curie. Il permet la systématisation et l'unification de domaines alors tous variés. Il transforme radicalement la manière que l'on a de poser les problèmes en physique **en passant de l'étude de la symétrie d'un phénomène ou d'un état physique à la détermination systématique de la symétrie de la loi**. Bientôt, Einstein (1905) et Poincaré (1908) étudient largement la notion de groupe et d'invariant.

Par ces travaux, note Einstein, "on se rapproche davantage du but scientifique par excellence, qui est d'embrasser par déduction logique, au moyen d'un minimum d'hypothèses ou d'axiomes un maximum d'expériences".

## Les brisures de symétrie

Si l'étude des régularités a ouvert de nouvelles prospections à la science des cristaux, si la détermination des symétries a été systématiquement utilisée pour réaliser une unification considérable de la physique, si l'utilisation des troupes de symétrie s'est révélée particulièrement esthétique et féconde en ce qu'elle a permis la découverte de nouvelles interactions, ouvert de nouveaux domaines de recherche... on s'est très vite aperçu que des fait n'obéissent pas au principe de symétrie. Un des exemple les plus anciennement cité pour illustrer cette transgression est celui d'une barre de fer cylindrique que l'on comprime uniformément selon son axe, à l'aide d'une presse : la tige ne se raccourcit pas comme on pourrait l'attendre en raison de l'isotropie de la compression mais elle fléchit et se courbe à partir d'une certaine valeur critique... cet exemple souvent pris pour illustrer ce qui est une "**brisure de symétrie"** est inadéquat : la tige de fer, isotrope macroscopiquement, possède à l'échelle de son réseau atomique des défauts qui initient la flexion observée.

D'autres faits sont plus pertinents : l'étude cristallographique de solutions solides montre, par exemple, des écarts systématiques avec le principe de symétrie... Aussi la recherche systématique des transgressions des lois de symétrie est elle devenue du domaine fécond d'études : après la systématisation de faits, qui avait conduit à la conception d'un ordre immuable, il devient opportun d'étudier la complexité dynamique des objets microscopiques -désordres d'empilement, degrés d'onde- désordre, dopages, sur structures, solides à dimensionnalité réduite, mésophases, magnétiques, matériaux incommensurables- : ici et maintenant, ce qui intéresse le physicien c'est moins l'étude d'une collection plus ou moins bien délimitée des propriétés d'une espèce "d'objets" que l'étude de l'une ou de quelques unes de ces propriétés... Balancement éternel de l'esprit humain recherchant de toutes ses forces à obtenir une unification et, l'ayant construite, ne trouve d'application de sa créativité qu'en transgressant le beau système qui, une fois élaboré, devient par trop prégnant et morne...

## Systèmes et modèles

Il est possible de faire d'un même objet des séries d'abstractions différentes, de lui accrocher divers systèmes physiques, de représenter ceux-ci par différentes schématisations, de caractériser par des modèles - ou d'émettre en "images" - celles des propriétés ou caractéristiques choisies en raison des phénomènes dont nous voulons rendre compte.

Comment, par exemple, décrirons-nous une barre de fer ? Si elle est appuyée contre un mur et que nous voulons nous rendre compte de son équilibre, nous la représentons par un segment. Si elle roule sur un plan incliné, nous la considérons comme un cylindre pesant. Si elle est chauffée au rouge, elle devient gaz de photons. Si elle est reliée aux bornes d'une pile électrique, il est pertinent d'en faire un gaz d'électrons. Si nous la plongeons dans un acide, le phénomène observé sera mieux si nous la considérons comme un assemblage d'atomes de fer... Nous pourrions multiplier les descriptions.

Notre manière de faire procède d'une **intention**. Les choix, les abstractions, les constructions réalisées n'ont -à chaque fois- de sens que dans les limites de validité imposées par le phénomène et description complète d'un objet - la barre de fer - peut être obtenue en superposant tous les modèles pris pour rendre compte de l'ensemble des principes observés : d'abord, bien sûr, parce que nous ne sommes jamais sûrs que l'instigation expérimentale ne révélera pas de nouvelles propriétés, mais surtout parce que les réductions opérées n'ont de sens qu'à travers une grille interprétative liée à diverses théories scientifiques - telles pour la barre de fer, la statique, la mécanique newtonienne, la thermodynamique statistique de Bosc-Einstein, celle de Ferri-Dirac, la chimie minérale...- le fait de faire appel à des branches différentes de la science pour rendre compte des différentes propriétés observées, conduirait à des visions du monde fort diverses s'il n'y avait une cohérence interne de la science, et l'appréciation de différents niveaux dans la connaissance des choses.

Les images que l'on peut accrocher à la barre de fer sont multiformes, elles ne sont pas contradictoires, d'abord parce que les limites de validité des réductions opérées peuvent -pour certains- être incluses les unes dans les autres, ensuite parce que les points de vue portés sur les phénomènes peuvent être différents... et il faut se méfier de la conclusion tirée de la considération d'un seul point de vue, comme le montre le tiroir 20 !

Ainsi, nous ne pouvons aboutir à une connaissance complète d'un objet : c'est ce que la philosophie scolastique énonçait sous la forme "on n'épuise pas le réel" et que Leibniz traduisait en affirmant qu'il n'existe pas deux objets rigoureusement identiques.

Ainsi, l'étude des symétries et des brisures de symétrie ne peut englober toutes les particularités sans lesquelles la nature ne serait qu'indifférenciation. Comme le montre le tiroir 21, le nuage ne peut se réduire à la symétrie ou sa brisure, le décrire peut être l'oeuvre d'un poète... et la poésie est bien un autre mode d'accès à la nature, et qui possède une tout autre pertinence que celle développée par la science.

# Bibliographie

- *Symétrie*. P. NICOLLE PUF
- *Symétrie et mathématique moderne*. Hermann WEYL. Flammarion
- *L'Univers ambidextre*. M. GARDNER. Seuil
- *La Mathématique dans la Réalité*. E. CALTELNUOVO. Cedic
- *Mosaïques et Isométries*. M.P. COLLONGE. Ceduc
- *Jouets optiques. Manu Presse*. Dessain et Tolra
- *Les formes dans la Nature*. P.J. Stevens. Seuil
- La Recherche. Nov 84. *Espace et Perspective au Quattrocento*
- *Holbein. Les Ambassadeurs*. J.L. FERRIER. Denoël Gonthier
- Jurgis BALTRUSAITIS. *Anamorphoses*. Flammarion
- *Le Nombre d'or*. M. CLEYET-MICHAUD. PUF

Ont collaboré à la réalisation de cette Valise-Exploration :

Emmanuel AMIOT, Bruno ANGRAND, Rudolph BKOUCHE, Patrick BOUGELET, Anne-Marie MARMIER, Martine BUISSART, Jean CARPENTIER, Maurice CHAMONTIN, Aude CORDONNIER, Martine CORNU, Thierry DAGNIAUX, Vincent DELEPIERRE, Dominique DOURET, Pascaline DRON, Dylvie DUQUESNOY, Fatiha ELHABOUCHI, Yvette HORAIN, René HUNET, Jean-Pierre LECLERCQ, Fabrice LOCATELLI, Bernard MAITTE, Jean-Marie MALEZIEUX, Marie-France MANGIN, Michel PARREAU, Bertrand RADIGOIS, Léon ROGEZ, Jean ROUSSEAU, Ets Bois d'aujourd'hui.

Conception plastique : Patrick BOUGELET

*La rédaction de ce livret guide a été réalisée par :*
*Bernard MAITTE*
*Anne-Marie MARMIER*

Centre François Mitterrand
1 place de l'Hôtel de Ville
F - 59 650 Villeneuve d'Ascq

téléphone 03 59 73 96 00 télécopie 03 59 73 96 01

**www.forumdepartementaldessciences.fr**